

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ
МАТЕРІАЛІВ**

«На правах рукопису»
УДК _____

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

«__» _____ 2020 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

**на тему: «Дослідження впливу положення отворів в стінці балки на її
несучу спроможність при комплексному навантаженні»**

Виконав (-ла):
студент (-ка) VI курсу, групи МП-91мп
Новосельський Олександр Іванович _____

Керівник:
д.т.н., проф.
Боронко Олег Олександрович _____

Рецензент:
д.т.н., проф.
Данильченко Ю.М. _____

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних
посилань.

Студент(-ка) (_____)

Київ – 2020 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

«___» _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Новосельському Олександровичу

1. Тема дисертації «Дослідження впливу положення отворів в стінці балки на її несучу спроможність при комплексному навантаженню», науковий керівник дисертації Боронко Олег Олександрович д.т.н. професор, затверджені наказом по університету від «___» _____ 2020 р. № _____

2. Термін подання студентом дисертації: 10.12.2020 р.

3. Об'єкт дослідження: тонкостінна балка з круглим отвором в стінці, зміщеним відносно її нейтральної осі.

4. Предмет дослідження: розподіл напружень в безпосередній близькості від краю отвору в стінці та критична сила втрати стійкості.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:

- 1) Огляд сучасного стану проблеми технології пошарового наплавлення
- 2) Комп'ютерний аналіз круглих вирізів в веб-панелях.
- 3) Розрахунок коефіцієнта зниження несучої здатності стінки залежності від зміщення отвору відносно нейтральної осі.
- 4) Розробка стартап-проекту.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.

7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.

8. Дата видачі завдання: 01.09.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Приміт ка
1	Ознайомлення з літературою	02.09.20-01.10.20	Викона
2	Створення 2D-моделей пластинки з отвором	01.10.20-15.10.20	Викона но
3	Чисельний розрахунок моделі	15.10.20-01.11.20	Викона
4	Аналітичний розрахунок критичного напруження в пластинці	01.11.20-15.11.20	Викона
5	Порівняння результатів отриманих чисельними та аналітичними методами	15.11.20-22.11.20	Викона
6	Підготовка стартап-проекту	22.11.20-27.11.20	Викона
7	Оформлення роботи	27.11.20-10.12.20	Викона

Студент

Олександр НОВОСЕЛЬСЬКИЙ

Науковий керівник

Олег БОРОНКО

Анотація

Дана магістерська дисертація за обсягом роботи складає 78 сторінок, 33 ілюстрацій, 20 таблиць та містить 22 літературні джерела.

Балки з отворами в стінці широко використовуються в проектуванні авіасуден, морських суден, мостів а також у промислових будівництвах. Відомо, що їх конструкція значною мірою регулюється стійкість стінки балки через його велике відношення висоти до товщини. Таким чином, при проектуванні стінок балок потрібно точно оцінити її несучу спроможність під дією різних видів навантаження таких як зсув, згин, втрату стійкості тощо . Аналіз цих структур також стає більш складним, якщо в стінці що містить вирізи, вирізи зміщені від її нейтральної осі. Ці вирізи часто надаються для перевірки, обслуговування. Розмір та розміщення цих вирізів можуть бути різними. В даний час у більшості специфікацій напружень обчислюються при консервативному припущенні, що стінки балки просто підтримуються в місці з'єднання поясу і стінки. Однак, залежно від геометрії та властивостей балки, пружно закріплені опори стінки на поясах можуть поводитися досить близько до вбудованої опори.

Це дослідження спрямоване на визначення несучої спроможності в стінці балки, що піддаються комбінованим навантаженням, що містять вирізи в стінці, припускаючи, що граничні умови вздовж місця з'єднання стінки з поясом є жорсткими. Інші граничні умови вздовж положення вертикальних ребер жорсткості вважаються просто підтримуваними через відносно невелику жорсткість ребер.

З огляду на важливість отримання зручної процедури проектування для проектування стінки балки з вирізами, представлено багато розрахунків, щоб отримати максимальне теоретичне навантаження на зсув для таких стінок.

Abstract

This master's dissertation consists of 78 pages, 33 illustrations, 20 tables and contains 22 literature sources.

Beams with holes in the wall are widely used in the design of aircraft, ships, bridges and in industrial construction. It is known that their design is largely regulated by the stability of the beam wall due to its large ratio of height to thickness. Thus, when designing the walls of the beams, it is necessary to accurately assess its load-bearing capacity under the action of various types of loads such as shear, bending, loss of stability, and so on. The analysis of these structures also becomes more complicated if in the wall containing the cutouts, the cutouts are offset from its neutral axis. These cutouts are often provided for inspection, maintenance and service. The size and position of these cutouts can be significant. Currently, most bending stresses are calculated on the conservative assumption that the beam walls are simply supported at the junction of the flange and the wall. However, depending on the geometry and properties of the plate beam, the elastically fixed wall supports on the flanges can behave quite close to the built-in support.

This study aims to determine the load-bearing capacity in the wall of beams subjected to combined loads containing cutouts in the wall, assuming that the boundary conditions along the junction of the wall with the belt are rigid. Other boundary conditions along the position of the vertical stiffeners are considered to be simply supported due to the relatively low stiffness of the ribs.

Given the importance of obtaining a convenient design procedure for the design of the wall of the beam with cutouts, many graphs are presented to obtain the maximum theoretical shear load for such walls.

Зміст

Вступ	8
Актуальність проблеми	11
Мета роботи	12
Розділ 1. Постановка задачі	13
1.1. Тонкостінна балка	13
1.2. Типи тонкостінних балок.....	13
1.3. Проектування тонкостінних балок	15
1.3.1. Зсувна здатність тонкостінної балки	15
1.3.2. Опір до зсуву стінки балки	15
1.3.3. Опір до зсуву тонкостінної балки	15
1.4. Тонкі балки при згині.....	16
1.5 Пружна стійкість веб-панелей	17
1.5.1. Інтегрування диференціальних рівнянь	18
1.5.2. Метод Релея.....	19
1.5.3. Метод Гальоркіна	20
1.5.4. Метод Скінченних Елементів	22
1.6 Стійкість веб-панелей при різних видах навантаження	24
1.6.2. Веб-панелі під стисненням і згинанням	28
1.6.3. Веб-панелі під зсувними навантаженнями.....	29
1.6.4 Пластини під зсувом та стисненням.....	32
1.6.5. Веб-панелі під зсувом та згином	33
1.8. Постановка задачі	35

Розділ 2. Комп'ютерний аналіз круглих вирізів в веб-панелях.	41
2.1. Метод скінченних елементів (МСЕ).....	41
2.2 Метод кінцевих різниць (МКР).....	48
2.3 Неперервне середовище	51
Розділ 3 Розрахунок коефіцієнта зниження несучої здатності стінки залежності від зміщення отвору відносно нейтральної осі.	56
3.1 Основні теоретичні положення.....	56
3.2 Геометрія.....	62
3.3 Результат дослідження	69
Розділ 4 Розроблення стартап-проекту.....	74
Зміст ідеї проекту	74
Технологічний аудит	75
Аналіз ринкових можливостей запуску стартап–проекту.....	75
Розроблення ринкової стратегії проекту.....	81
Розроблення маркетингової програми стартап-проекту.....	82
Результати маркетингового дослідження:.....	83
Висновки	84
Література	85

Вступ

Авіа-інженери розглядають будь-які вирізи в конструкціях планера з неохваленням, тому що необхідне посилення вирізів збільшує витрати і додає ваги всієї конструкції. Крім того, проектування і визначення розміру вирізів - складний процес, оскільки це область концентрації напружень, проблемна як для статичної, так і для втомної міцності, а розрахункових даних недостатньо.

Існує ряд вимог до конструкції, що вимагають виконання різних вирізів в стінах, перемичках і панелях конструкцій літака. Вирізи необхідні в конструкціях планера для забезпечення, наступного [1]:

- Освітлювальні отвори в перемичках, як показано на рис. 1.1 (а), часто використовуються для зниження ваги конструкції у випадках вимог до мінімальної товщини калібрів;
- Проходи для кабелів, гідравлічних ліній, важелі управління, рідини і т. д. (Невеликі отвори), як показано на рис. 1 (а) і (b);
- Доступність поверхонь для остаточного складання та технічного обслуговування (отвори в нервюрах крила і т. Д.), Як показано на рис. 1. (с);
- Огляд для технічного обслуговування (вирізи середнього розміру, звані ручними отворами), як показано на рис. 1 (b)., Люки в нижньому крилі;

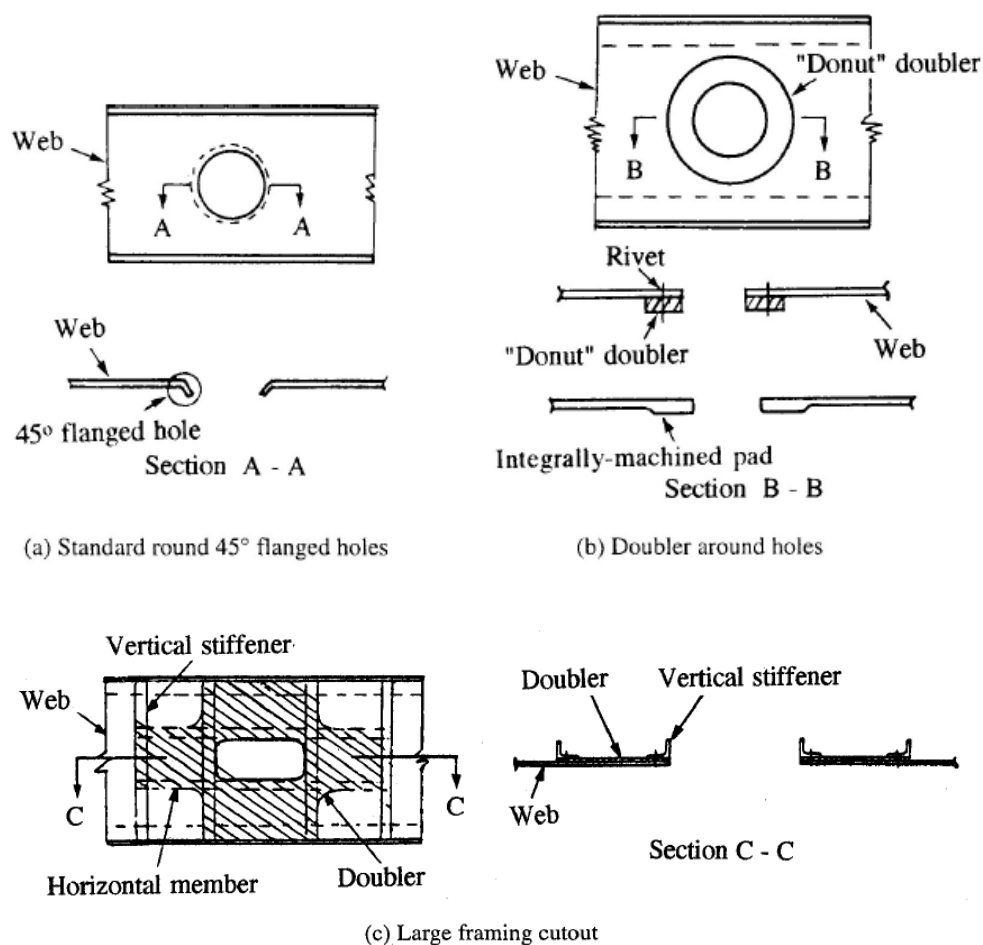


Рис.1 Вирізи в зсувній балці

Якщо необхідно зробити виріз в елементі конструкції, тобто в шпангоуті, виступі, нервюрі рис. 2, необхідно передбачити альтернативний шлях навантаження, в іншому випадку необхідно сконцентрувати напруження. Можна протиставити оббивку або інші види структурного посилення. Крім того, така конструкція схильна до втомного розтріскування, що виникає через збільшення напруження через вищезазначені фактори.

Для великомасштабних вирізів, таких як двері, використовуються два підходу до проектування. По-перше, радіуси кутів доводяться до максимуму, щоб запобігти передчасному розтріскуванню кутів вирізу. По-друге, периметр вирізу посилений перегородками, порогами, ремнями і накладками.

У конструкції фюзеляжу часто використовуються суцільні конструкції з холодно гнутого листового металу, будь то шпангоути див. рис. 2. або балки підлоги див. рис. 3. (обидві мають численні вирізи в стінці). Виготовлення набивання звичайної товщини по периметру вирізу є непомірно дорогим справою. Також небажано використання кріплень-супутників. Життєздатним рішенням цієї проблеми є формування отвори з фланцем в холодному стані. Однак ця конструкція не позбавлена обмежень.

Також на рис. 3. можна замітити не симетричне розташування отворів відносно ребер жорсткості, що дає несиметричну передачу навантаження на кожне ребро.

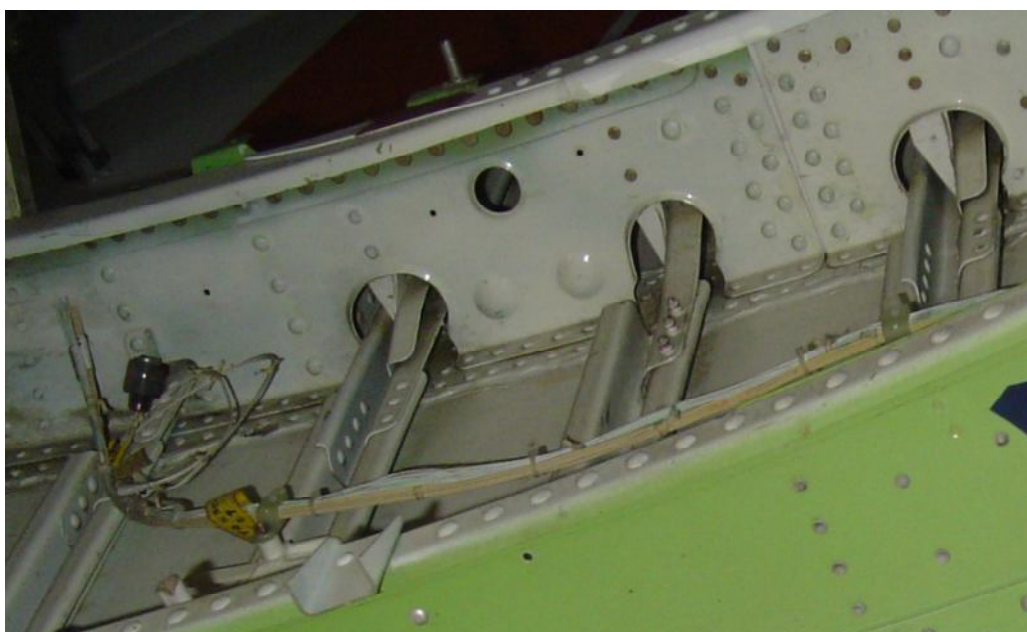


Рис. 2. Виріз в шпангоуті

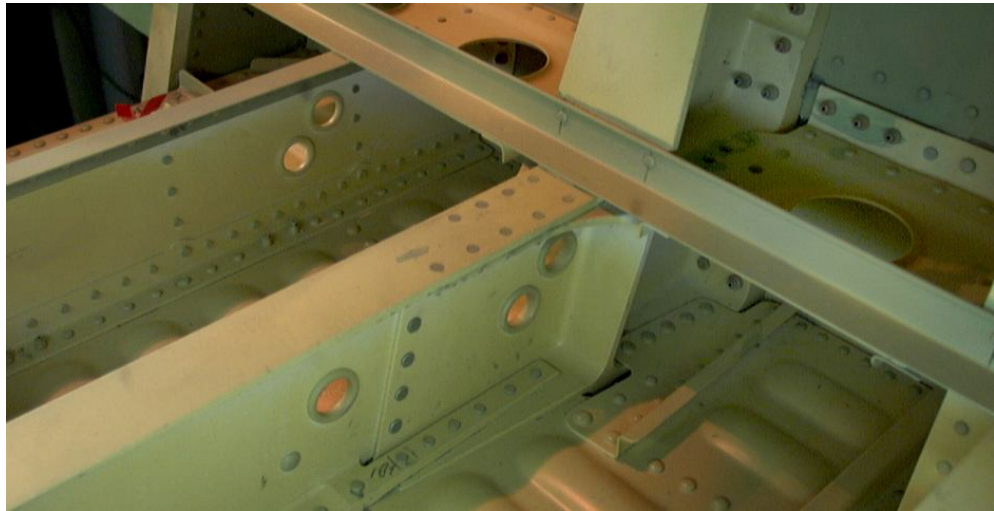


Рис. 3. типові вирізи в поперечних балках

Актуальність проблеми

Оскільки ринок літаків категорії комерційних транспортних засобів є високо конкурентним, правила, що стосуються льотної придатності і безпеки експлуатації, постійно посилюються. Розробка і подальше дослідження існуючих методів збільшення міцності авіа-судна необхідні для постійного збереження конкурентної переваги.

Розробка і експлуатація сучасних літаків висувають високі вимоги до проектування і проектування, включають автоматизовані рішення для виробництва, проектування і інших областей техніки.

Отже, підтримання конкурентної переваги на світовому ринку вимагає постійних інновацій, наукових досліджень і розробок, щоб задовольнити потребу в міцності, безпеки, ефективності та вартості на всіх етапах виробництва продукту.

Вирізи в елементах конструкції - це широко розповсюджене рішення постійно існуючої потреби в доступності, огляді і обслуговуванні, прокладання кабелів і можливості виготовлення деяких конструкцій літака. Одна конструкція

може мати від одного до кількох десятків таких вирізів, кожен з яких вимагає особливого розгляду і спеціального тестування, щоб визначити їх вплив на граничні можливості конструкції.

Таким чином, дослідження розміщення отворів (вирізів) в стінках балки, представляє безліч життєздатних проблем.

Мета роботи

Мета дослідження – визначення впливу положення отворів в стінці балки на її несучу спроможність при комплексному навантаженні.

Задачею дослідження є визначення коефіцієнтів залежності несущої спроможності стінки балки, ослабленою круговим отвором в залежності від розташування отворів стінки відносно її нейтральної осі.

Мета досягається за допомогою методу скінченних елементів (FEM), реалізованого в додатках MSC Patran і MSC Nastran.

Розділ 1. Постановка задачі

1.1. Тонкостінна балка

Тонкостінна балка - це тонкий згинальний елемент, виготовлений із тонких пластин з'єднаних заклепками, болтами або зварюванням [2]. Основна функція стінки балки - підтримувати відносну відстань між верхнім і нижнім поясами, щоб протистояти зусиллям зсуву. У більшості практичних діапазонів довжини прольоту, для яких розроблена пластинчаста балка, індукована сила зсуву відносно низька порівняно з осьовими зусиллями у поясі, що виникають внаслідок згинання. Як результат, товщина стінки набагато менше, ніж у поясів. Отже, веб-панель вигинається при відносно низькому значенні прикладеного зсувного навантаження, тому вона часто посилюється поперечними та поздовжніми ребрами жорсткості, щоб збільшити їх міцність.

Розмір поясу та веб-панелі на пластинчастих балках вибирається на розсуд проектувальника, тому при встановленні розмірів необхідно враховувати деформацію. Пояси балок зазвичай пропорційні із співвідношенням ширини та товщини, достатньо малим, щоб уникнути локального прогину до досягнення моменту текучості поперечного перерізу.

1.2. Типи тонкостінних балок

Тонкостінні балки широко використовуються в таких конструкціях, як шпангоути, балки підлоги та нервюри. Існує кілька типів балок, які можна вибрати залежно від розмірів. Один тип балок має настільки тонку стінку, що потрібно додавати поперечні ребра жорсткості, іноді також додають поздовжні ребра жорсткості. Інший тип двотаврових балок має більш товсті

та нежорсткі стінки. На рис. (1.1) показані типи двотаврових балок з однаковим перерізом I-профілю, хоча іноді використовуються пояси різного розміру.

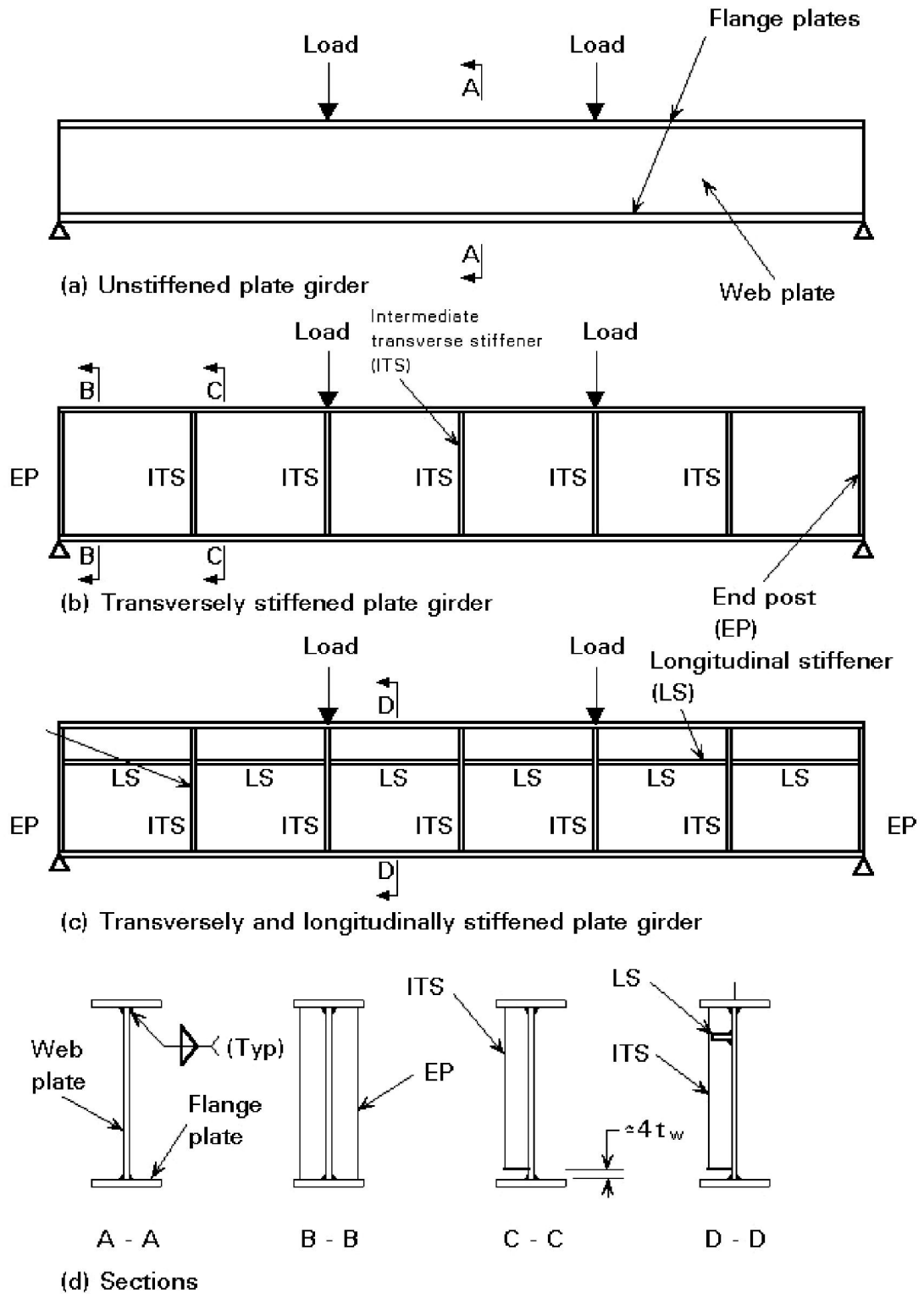


Рис. 1.1 Типи тонкостінних балок

1.3. Проектування тонкостінних балок

1.3.1. Зсувна здатність тонкостінної балки

Сила зсуву в балці повинна передаватися від одного поясу до стінки, та через стінку до іншого поясу. Силу зсуву на одиницю довжини можна знайти із зсуву балки, поділеного на товщину стінки.

1.3.2. Опір до зсуву стінки балки

В цьому випадку стінка сприймає зсув, еквівалентний зсуву балки, оскільки балка не має прямокутного перерізу.

Площа зсуву не знайдена, тому використовують $2/3$ площі поперечного перерізу, це дасть консервативну оцінку зсуву стінки, де зсувна здатність стінки обмежує несучу спроможність тонкостінної балки. Якщо коефіцієнт зсуву менше 1, можливо, можна покращити зсувну здатність, додавши ребра жорсткості. Вони обмежать ступінь викривлення веб-панелі, хоча вони не зменшують напруження зсуву в стінці.

1.3.3. Опір до зсуву тонкостінної балки

Методи зсуву конструкції тонкостінних балок були розділені на дві категорії:

1. Конструкція допустимих напружень, заснована на пружному прогині як обмежувальний критерій.

2. Конструкція міцності, заснована на граничній міцності, включаючи міцність на зсув на згин як граничний стан. тонкостінна балка, як правило, має тонкий поперечний переріз і сприйнятлива до втрати стійкості.

Наведено критичне зсувне напруження (σ_{cr}) прямокутної панелі з шириною (c), глибиною (d) та товщиною (t_w):

$$\sigma_{cr} = \frac{k(E\pi^2)}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1.1)$$

Де:

E - модуль пружності;

ν - коефіцієнт Пуассона;

k - коефіцієнт стійкості залежить від граничних умов та співвідношення сторін панелі плити;

1.4. Тонкі балки при згині

Перед будь-яким обговоренням стійкості стінок, під будь яким типом крайових навантажень, необхідно встановити теорію згинання пластин, що приводить до диференціального рівняння, що з'єднує прикладені навантаження, жорсткість на вигин і кривизну. Історично перша модель стійкості тонких пластин була розроблена Лагранжем, Пуассоном та Кірхгофом [3]. Багато авторів обговорювали теорію стійкості пластин.

1.5. Пружна стійкість веб-панелей

У загальних рисах стійкість веб-панелей можна визначити як здатність фізичної системи повернутися до рівноваги при незначному зміщенні.

Система називається стабільною, якщо після усунення деякого незначного зміщення вона прагне повернутися до початкової конфігурації рівноваги. Якщо незначний прогин призводить до відхилення системи від рівноважної конфігурації, то вона нестабільна. Можна уявити проміжну ситуацію, коли незначне зміщення зберігається при знятті навантаження. Ця ситуація є станом нейтральної рівноваги.

Теорія пружної стійкості дає методи визначення наступного:

1. Стійкість конфігурації рівноваги.
2. Критичне значення навантаження, при якому виникає нестабільність.

Коли на пластину діють комбіновані навантаження, рівняння (1.2), можна показати, що ефект стискаючих навантажень полягає у збільшенні прогинів, які зазвичай виникають лише при поперечному навантаженні. Збільшуючи навантаження на край, досягається стадія, коли прогин стає дуже великим (тобто виникає нестабільність). Найменшим значенням сили для досягнення цього є критичні пружні навантаження.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left[Q + \frac{N_x \partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{N_y \partial^2 w}{\partial y^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \quad (1.2)$$

Для пластин, які не мають бічного навантаження, але знаходяться під дією тільки крайових сил, нестабільність виникає, коли енергія пластини в злегка зігнутому стані дорівнює енергії пластини, якщо вона залишалася повністю плоскою під дією стискаючої крайові сили. Це положення нейтрального рівноваги, і крайові сили, що викликають його, є критичними крайовими силами, що викликають це, є критичними крайовими силами для пластини.

Передбачається, що пластина перед навантаженням ідеально плоска і залишається пружною. Таким чином, критичні сили - це крайові сили, яких достатньо для утримання пластини в вигнутій формі. Це основна концепція, використана Ейлером [7] при встановленні своєї знаменитої формули для розрахунку міцності в 1744 році.

Існує багато методів оцінки критичного навантаження, як зазначено в наступних розділах.

1.5.1. Інтегрування диференціальних рівнянь

Фон Карман вивів оригінальні диференціальні рівняння для стійкості пластини, після роботи Кірхгофа [3]. Ці рівняння були отримані для прямокутної пластини. Рівняння допускають різні граничні та навантажувальні умови по краях плити.

Наприклад, розглядається початкове вигинання рівномірно стиснутої пластини без поперечного навантаження ($Q = 0$). Таким чином, рівняння (1.2) зводиться до наступного рівняння, яке спочатку було виведено Сен-Венаном [5]:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left[\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\sigma_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \quad (1.3)$$

Використання цього рівняння для визначення напруження згину є громіздким і доступним не у всіх випадках. Наприклад, у випадку просто опорної пластини, що має лише осьове стиснення, Таким чином, $\sigma_x = \sigma$, тоді як $\sigma_{xy} = 0$, $\sigma_y = 0$ та рівняння (1.3) зменшує до:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left[\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (1.4)$$

Загальне рішення цього рівняння завжди може бути у формі:

$$w = f(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (1.5)$$

Це після завершених обчислень дає диференціальне рівняння 4-го порядку у вигляді:

$$f(y) = A_1 \cosh \alpha y + A_2 \sinh \alpha y + A_3 \cos \beta y + A_4 \sin \beta y$$

Константи інтегрування, A_1, \dots, A_4 , визначають, записуючи чотири рівняння, використовуючи рішення для $f(y)$, яке представляє дві умови вздовж кожної з меж $y = 0$, $y = b$. Оскільки ми знаємо, що вздовж просто підтримуваного ребра $w = 0$, а згинальні моменти дорівнюють нулю. Остання умова означає, що на краях пластини $M_y = 0$.

Чотири граничні умови часто записують так:

$$[w = 0]_{y=0,b} \text{ і } \left[\frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \nu \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right]_{y=0,b}$$

Отже, застосовуючи вимоги до закріплень пластини, можна отримати деякі рівняння, з яких отримують характеристичне рівняння, що визначає стійкість пластини.

1.5.2. Метод Релея

Поверхня відхилення пластини була представлена подвійним рядом Фур'є. Це найелегантніше розширення оригінального підходу до енергії деформації, розробленого лордом Релі [6], у зв'язку з розрахунком частот вібраційних пластин без вирішення диференціального рівняння.

Метод Релея [6] полягає у виборі довільно відхиленої форми, що включає невизначений коефіцієнт, і припускаючи, що $w = 0$ так само, як і в

попередньому розділі (прирівнюючи накопичену енергію до роботи, прикладеної до сили).

Це дуже потужний метод, оскільки він дозволяє отримати приблизні рішення для випадків, що включають незручні граничні умови, які ускладнюють або унеможливають використання методу диференціального рівняння. Умови рівноваги малого елемента не обов'язково задовольняються цією процедурою, але граничні умови часто можна задовольнити, вибравши правильні функції відхилення.

1.5.3. Метод Гальоркіна

Це альтернатива рішення Релея-Рітца. Як і раніше, для поверхні відхилення приймається приблизна форма, але замість того, щоб досліджувати енергії, вираз w підставляють у вихідне рівняння рівноваги, рівняння (1.5). Оскільки w не є справді точним, є помилка, і метод Гальоркіна полягає в тому, щоб зробити це якомога меншим.

Беручи w у вигляді ряду Фур'є і приймаючи приблизну криву поперечного відхилення як кількість членів функції $A_{mn}f_n(y)$, дає:

$$w^1 = \sum_{n=1}^N A_n f_n(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (1.6)$$

Де, w^1 - приблизне значення w

Рівняння рівноваги можна записати:

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \sigma t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1.7)$$

І це можна трактувати так - сума вертикальних сил, зумовлених опором пластини до вигину, дорівнює нулю (у нашому випадку не застосовується зовнішнє навантаження q)

Якщо ми введемо оператор Q , ми можемо написати:

$$Q(w) = 0 \quad (1.8)$$

Де

$$Q = D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \sigma t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.9)$$

І коли w правильна функція і задовольняє рівняння (1.1). Коли w є лише приблизним, виникає помилка e , так що

$$Q(w^1) = e \quad (1.10)$$

Де

$$Q \left[\sum_{n=1}^N A_n f_n(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \right] = e \quad (1.11)$$

e - є вертикальною силою, яка є результатом у будь-якій точці пластини, і вона, помножена на кожну з функцій відхилення N , і інтегрована над пластиною, повинна зникнути. Це дає ряд одночасних рівнянь в коефіцієнтах A_n і означає, що знайдене значення коефіцієнтів задовольняє умовам рівноваги,

Таким чином,

$$\int_0^a \int_0^b f_n(y) \sin \frac{m\pi x}{a} * Q \left[\sum_{n=1}^N A_n f_n(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \right] dx dy = 0 \quad (1.12)$$

Альтернативний опис методу такий:

$$w^1 = \sin \frac{m\pi x}{a} * Y$$

Де Y - поліноміальна функція у вигляді:

$$Y = \sum_{n=1}^N A_n f_n(y)$$

Тоді можна записати рівняння Гальоркіна:

$$\sum_{n=1}^N \int_0^b Q[Y_n] \frac{dY_j}{dA_j} * dy$$

Оскільки n і j змінюються в діапазоні від 1 до N , буде сформована квадратна матриця коефіцієнтів A_n . Визначення цієї матриці прирівнюється до нуля і розширюється, щоб отримати функцію. Це можна вирішити для пов'язаних значень K і ϕ . Точність результатів залежить від кількості доданків, включених до полінома, і якщо функція Y правильно підібрана, можна отримати чудове наближення, використовуючи невелику кількість доданків.

1.5.4. Метод Скінченних Елементів

Рішення проблем стійкості пластин за допомогою теорії скінченних елементів зростає в популярності з моменту створення комп'ютерів. Стінка розділена на декілька плоских елементів, з'єднаних лише у визначених вузлах, де безперервність та рівновага встановлюються лише у цих вузлах. Очевидно, що дуже велика кількість дуже дрібних елементів дає практично безперервну структуру, поведінка якої схожа на цілісну пластину. Найбільш привабливими перевагами системи є те, що вона використовує формулу матриці, придатну для використання з комп'ютером, і що змішані граничні

умови та різна жорсткість на згин можуть бути вивчені без труднощів. Приклад пластинчастої сітки наведено на рис. (1.2).

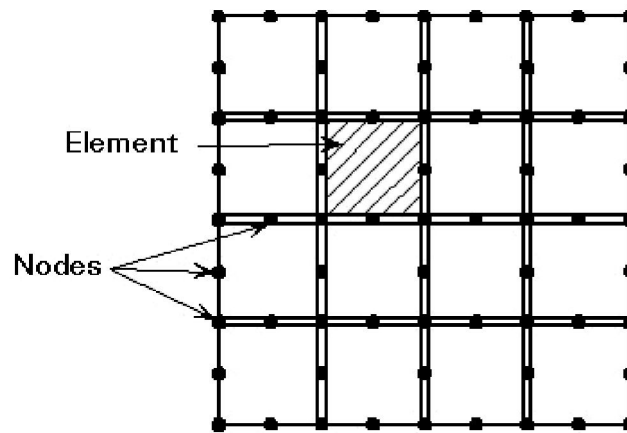


Рис. 1.2 Елементи та вузли методом скінченних елементів

Зараз комерційні програми з кінцевими елементами містять велику кількість різних елементів для різних програм моделювання. До конструктивних елементів належать: тривимірні суцільні елементи для моделювання товстих конструкцій; 2-D тверді елементи для моделювання задач при плоских напруженнях, плоских деформаціях та осі симетрії; плити та оболонки для моделювання тонкостінних конструкцій; балочні елементи для моделювання балок і каркасів; та лонжеронні елементи для моделювання штифтових конструкцій та просторових рамок.

Існує два основних способи вирішення проблем аналізу стійкості пластин:

- Проблеми власного значення

Аналіз стійкості власного значення передбачає теоретичну міцність на втрату стійкості ідеальної еластичної структури. Він обчислює структурні власні значення для даного навантаження системи та обмежень. Це відомо як класичний аналіз стійкості Ейлера. Навантаження на стійкість для декількох конфігурацій легко доступні в табличних рішеннях. Однак у реальному житті структурні недосконалості та нелінійності перешкоджають

більшості реальних конструкцій досягти власного значення, передбаченого міцністю на втрату стійкості.

- Нелінійний аналіз

Нелінійний аналіз стійкості є більш точним, ніж аналіз власних значень, оскільки він використовує нелінійний, великі відхилення; статичний аналіз для прогнозування навантажень на стійкість. Його режим роботи дуже простий: він поступово збільшує прикладене навантаження до тих пір, поки не буде знайдений рівень навантаження, внаслідок чого конструкція стане нестійкою (тобто раптом дуже невелике збільшення навантаження спричинить дуже великі прогини). Таким чином, справжній нелінійний характер цього аналізу дозволяє моделювати геометричні недосконалості, збурення навантаження та нелінійності матеріал. Для цього типу аналізу зверніть увагу на те, що для запуску бажаного режиму вигину необхідні невеликі невісні навантаження.

Цей розділ коротко буде показано в главі (2).

1.6. Стійкість веб-панелей при різних видах навантаження

Балки не руйнуються, коли стінка втрачає стійкість; вони можуть мати значний резерв опору. Для ефективної конструкції будь-який розрахунок, що стосується граничного стану, повинен враховувати дію після втрати стійкості. Особливо це стосується стінки на зсув, стінки, де опір втраті стійкості, що виникає внаслідок дії поля натягу, може бути дуже значним. Таким чином, при проектуванні тонкостінних балок необхідно оцінити дію стиску та після втрати стійкості стінки на зсув та поясів балки на стиск.

Вивчення поведінки стійкості однієї пластини, підпертої вздовж її країв, є важливим попереднім кроком до розуміння місцевої витрати стійкості

балочних збірок. Напруження стійкості отримуються з концепції біфуркації спочатку ідеальної структури. На практиці реакція конструкції безперервна через неминучу наявність первинних недоліків. Таким чином, критичний стрес найкраще розглядати як корисний показник поведінки, оскільки тонкі стінки можуть продовжувати нести додаткові навантаження і після початкового втрачання стійкості.

Коли поперечний переріз елемента складається з різних з'єднаних елементів, див. Рис. (1.3), нижню межу критичного напруження можна визначити, припустивши для кожного елемента пластини прості умови опори для кожного краю, прикріпленого до іншої пластини елемент або вільний стан для будь-якого краю, який не так прикріплений. Найменше значення критичного напруження, знайдене для будь-якого з елементів, є нижньою межею критичного напруження для перерізу. Це наближення нижньої межі може бути надто консервативним для багатьох практичних ситуацій проектування.

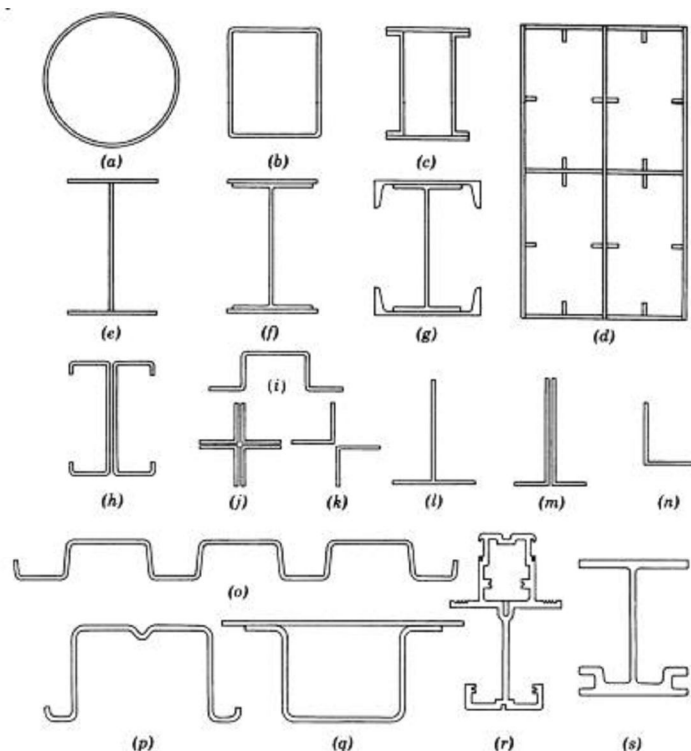


Рис. 1.3 Стискаючі або згинальні елементи

Насправді дуже важко дати навіть дуже короткий підсумок про роботу в галузі поведінки плит під крайовим навантаженням.

1.6.1 Веб-панелі під рівномірним стисненням

Для довгих прямокутних пластин Брайан [7] у (1891) представив аналіз критичного пружного напруження для прямокутної пластини, просто підкріпленої вздовж усіх країв і підданої рівномірному поздовжньому стискаючому напруженню. Критичне пружне напруження довгого сегмента плити визначається відношенням ширини та товщини плити b/t , умовами стримування вздовж поздовжніх меж та властивостями пружного матеріалу (модулем пружності, E та коефіцієнтом Пуассона ν) . Пружне критичне напруження, σ_{cr} , виражається як

$$\sigma_{cr} = k \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1.13)$$

де k - коефіцієнт стійкості пластини, визначений теоретичним аналізом критичного навантаження; k - функція геометрії пластини та граничних умов, таких як показані на рис. (1.14).

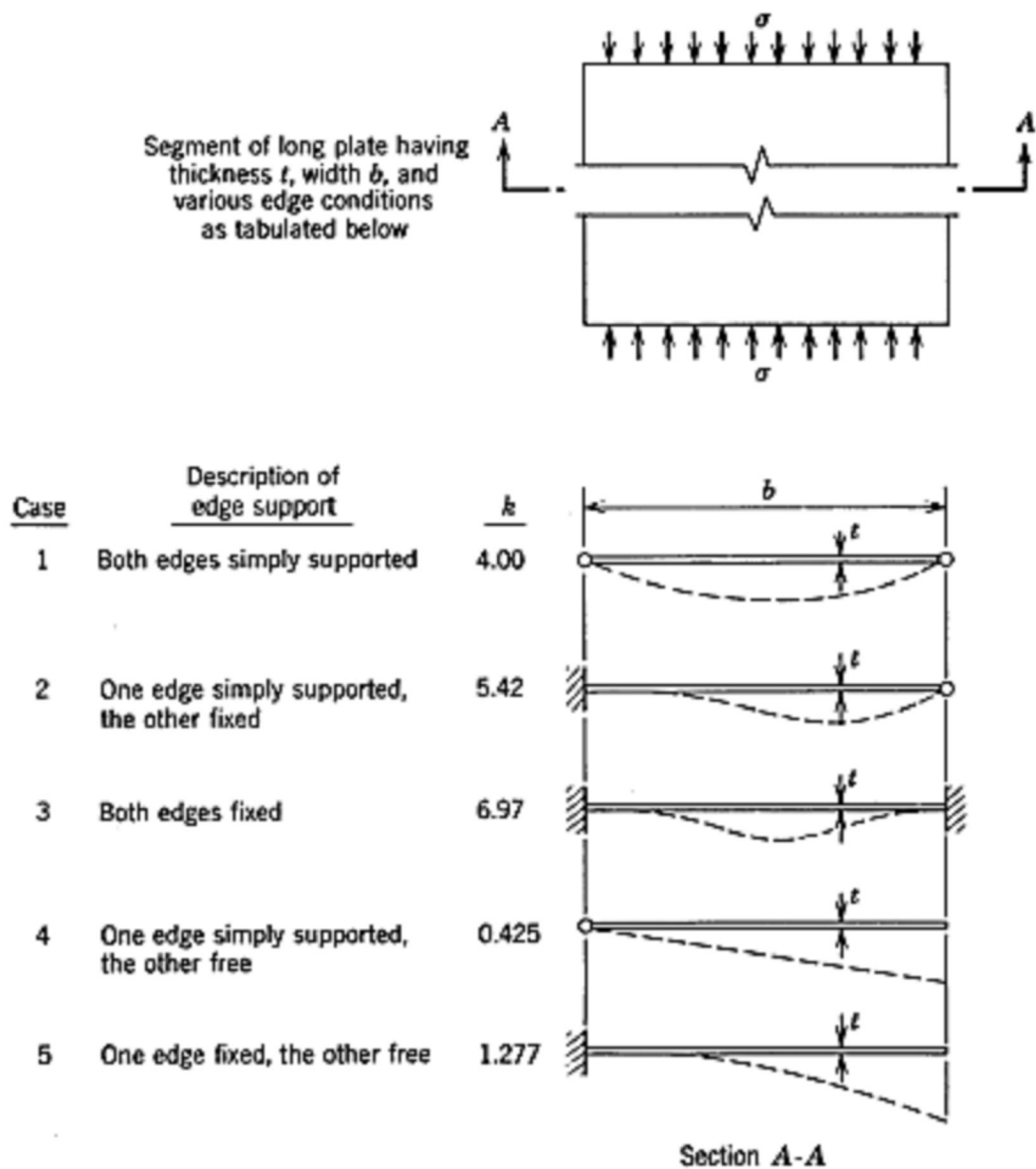
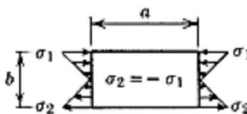
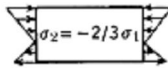
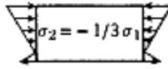
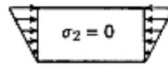
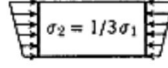
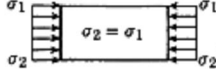


Рис. 1.3 Місцевий коефіцієнт стійкості плит для плит, що стискаються з різними граничними умовами

Також для коротких пластин, коли елемент пластини є відносно коротким у напрямку напруження стиску, може існувати вплив на пружне напруження вигину через те, що вигнуті напівхвилі, які приймають цілі значення, виштовхуються в пластину кінцевої довжини.

1.6.2. Веб-панелі під стисненням і згинанням

Коли на конструкційний елемент прикладаються стиснення та згинальні навантаження, пластинчасті елементи пластини можуть зазнавати напружень у площині, які змінюються вздовж навантажених країв плити, від максимального напруження стиску, σ_1 , до мінімального напруження, σ_2 , як показано на рис. (1.5). У цій ситуації критичні напруження пружних пластин залежать від умов опори краю і відношення напруження стійкості до рівномірного напруження стиску. Значення довгих пластин k_s , які можна замінити на k в рівнянні. (1.14) подані в таблиці на рис. (1.5) для кількох випадків. Для пластин із вільним краєм значення k_s дещо змінюються залежно від коефіцієнта Пуассона.

Loading	Ratio of Bending Stress to Uniform Compression Stress σ_{cb}/σ_c	Minimum Buckling Coefficient, $*k_c$					
		Unloaded Edges Simply Supported	Unloaded Edges Fixed	Top Edge Free		Bottom Edge Free	
				Bottom Edge Simply Supported	Bottom Edge Fixed	Top Edge Simply Supported	Top Edge Fixed
	∞ (pure bending)	23.9	39.6	0.85	2.15		
	5.00	15.7					
	2.00	11.0					
	1.00	7.8	13.6	0.57	1.61	1.70	5.93
	0.50	5.8					
	0.0 (pure compression)	4.0	6.97	0.42	1.33	0.42	1.33

*Values given are based on plates having loaded edges simply supported and are conservative for plates having loaded edges fixed.

Рис. 1.5 Коефіцієнти стійкості пластин для довгих пластин при стисненні та згинанні (Brockenbrough and Johnston, 1974; [8])

1.6.3. Веб-панелі під зсувними навантаженнями

Коли веб-панель піддають напруженням зсуву по краях, як показано на рис. 1.7, кажуть, що вона знаходиться в стані чистого зсуву. Критичне напруження стійкості зсуву можна отримати, підставивши τ_c і k_s для σ_c для k_s в рівняння. (1.15), в якому k_s – коефіцієнт стійкості для напруження зсуву при вигині. Коефіцієнти критичного напруження k_s для плит, підданих чистому зсуву, були оцінені для трьох умов опори краю. На рис. 1.7 вони побудовані зі стороною b , як використано в рівнянні. (1.15), завжди вважається коротшим, ніж сторона a . Таким чином, α завжди більше, ніж 1, побудувавши графік через $1/\alpha$, можна показати повний діапазон k_s , а величина залишків k_s залишається керованою для малих значень α . Однак для застосування до конструкції пластинчастої балки зручно визначати b (або h у застосуваннях пластинчастих балок) як вертикальний розмір стінки балки для горизонтальної балки. Тоді α може бути більшим або меншим за одиницю, а емпіричні формули для k_s разом із вихідними даними є такими:

Пластина просто підтримується на чотирьох краях. Рішення, розроблені Тимошенко [9] в (1910), апроксимуються рівнянням. (1.15a та 1.15b), де $\alpha = a/b$:

$$\begin{aligned} k_s &= 4.00 + 5.34/\alpha^2 & \alpha \leq 1 \\ k_s &= 5.34 + 400/\alpha^2 & \alpha > 1 \end{aligned} \quad (1.15a - 1.15.b)$$

Пластина, затиснута на чотирьох краях, Саутвелл та Скан [10] отримали $k_s = 8,98$ для випадку нескінченно довгої прямокутної пластини із затиснутими краями. Для прямокутної пластини кінцевої довжини із затиснутими краями отримано Мохейт (1939)

$$k_s = 5.6 + 8.98/\alpha^2 \quad \alpha \leq 1 \quad (1.16.a)$$

$$k_s = 8.98 + 5.6/\alpha^2 \quad \alpha > 1 \quad (1.16.b)$$

Пластина затискається на двох протилежних краях і просто підтримується на інших двох краях. Пізніше Кук і Рокі [11] отримали рішення, враховуючи режим антисиметричного вигину, Наведені нижче вирази були отримані шляхом підгонки поліноміального рівняння до результатів Кука та Рокі, як показано Булсоном [12].

Для затиснутого довгого краю,

$$k_s = 8.98/\alpha^2 + 5.61 - 1.911\alpha \quad \alpha \leq 1 \quad (1.17.a)$$

$$k_s = 8.98 + 5.61/\alpha^2 - 1.99/\alpha^3 \quad \alpha > 1 \quad (1.17.b)$$

А для коротких країв затиснуті,

$$k_s = 5.34/\alpha^2 + 2.31 - 8.39\alpha \quad \alpha \leq 1 \quad (1.18.a)$$

$$k_s = 5.34 + 2.31/\alpha - 3.44/\alpha^2 - 8.39/\alpha^3 \quad \alpha > 1 \quad (1.18.b)$$

Криві для $\alpha \geq 1$ побудовані на рис. (1.7). У пластині існують напруження на розтяг і стиск, величина яких дорівнює напрузі зсуву та нахилена на 45° . Дестабілізуючому впливу стискаючих напружень протистояють напруженням розтягу в перпендикулярному напрямку. На відміну від випадку стиснення країв, режим вигину складається з комбінації декількох форм хвиль, і це є частиною складності в аналізі вигину на зсув.

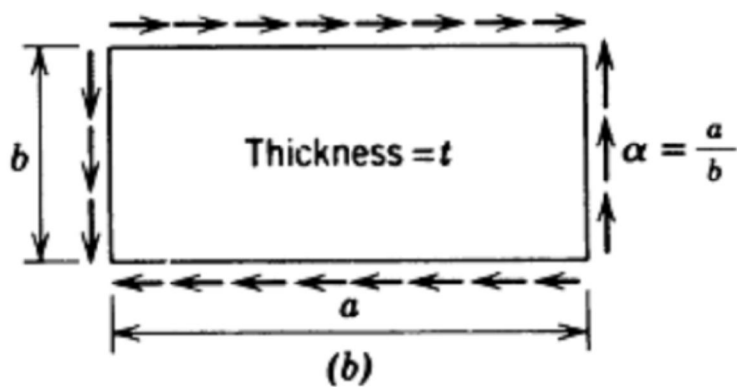
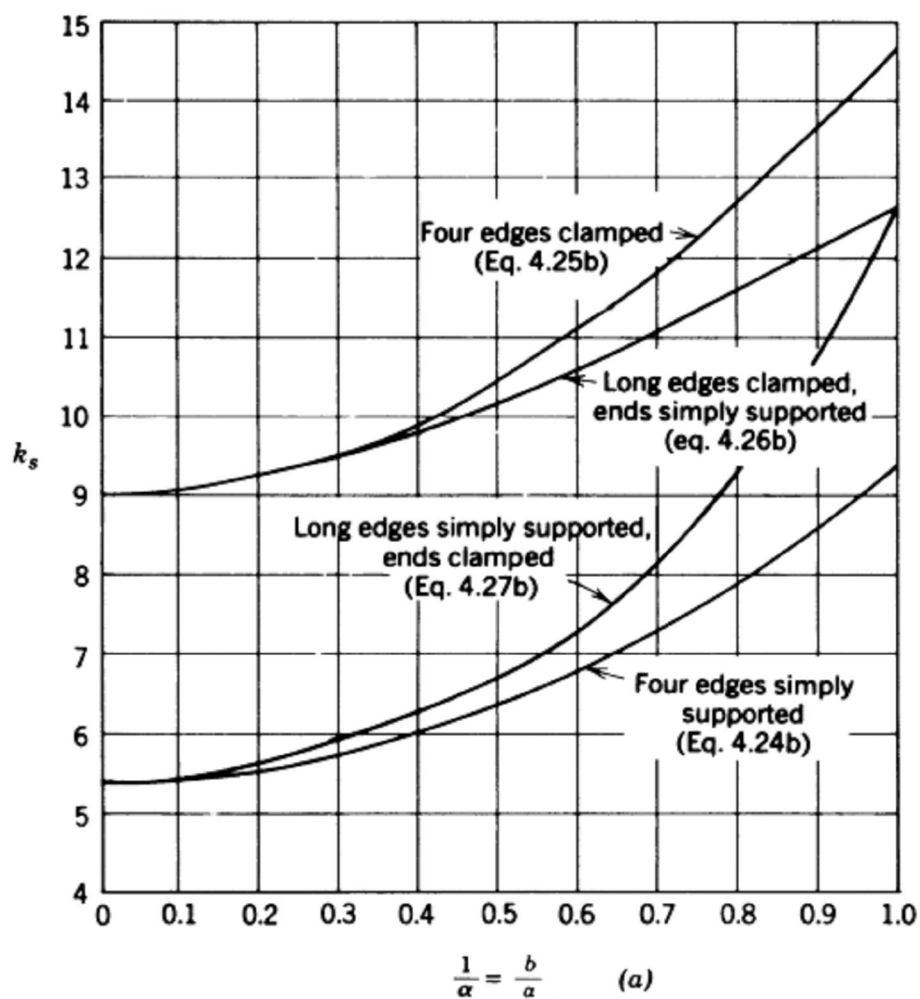


Рис. 1.7 Коефіцієнти вигинання пластин при чистому зсуві. (Сторона b - коротка сторона)

1.6.4 Пластини під зсувом та стисненням

Випадок зсуву в поєднанні з поздовжнім стисненням, з усіма боками просто підкріпленими, був розглянутий Ігучі [13]. Його результати апроксимуються наступним рівнянням взаємодії, також графічно показано на рис. 1.8:

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_c^*} = \left(\frac{\tau_c}{\tau_c^*} \right)^2 = 1.0 \quad (1.19)$$

Де σ_c^* і τ_c^* позначають критичне напруження, відповідно, лише при стисненні або зсуві.

Рівняння (1.19), показане на рис. (1.8), стосується співвідношень a/b , більших за одиницю.

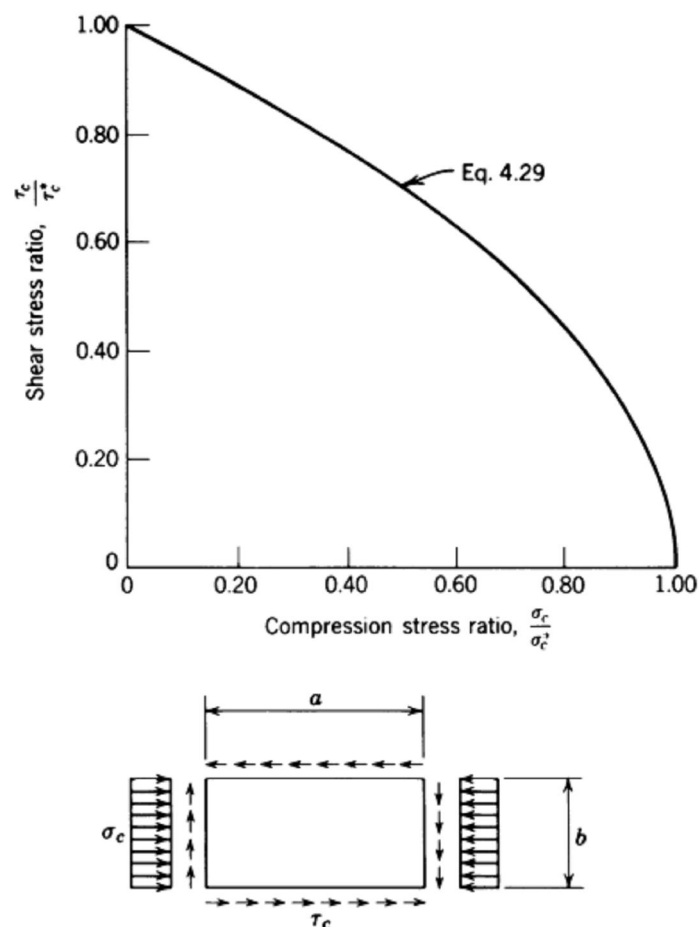


Рис. 1.8 Крива взаємодії для вигинання плоских пластин при зсуві та рівномірному стисненні

1.6.5. Веб-панелі під зсувом та згином

Для пластини, просто підпертої з чотирьох сторін, при комбінованому вигині та чистому зсуві Тимошенко [14] отримав приведену k_s як функцію $\frac{\tau_c}{\tau_c^*}$ для значень $\alpha = 0.5, 0.8$ та 1.0 . , де τ_c - фактичне напруження зсуву, а τ_c^* - напруга вигину для чистого зсуву. Цю проблему також вирішив Уей [15] у (936), результати якого для чотирьох значень α побудовані на рис. (1.10).

Хвалла [16] запропонував наступну приблизну формулу взаємодії, яка добре узгоджується з графіками рис. (1.10).

$$\left(\frac{\sigma_{cb}}{\sigma_{cb}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau_c}{\tau_c^*}\right)^2 = 1.0 \quad (1.20)$$

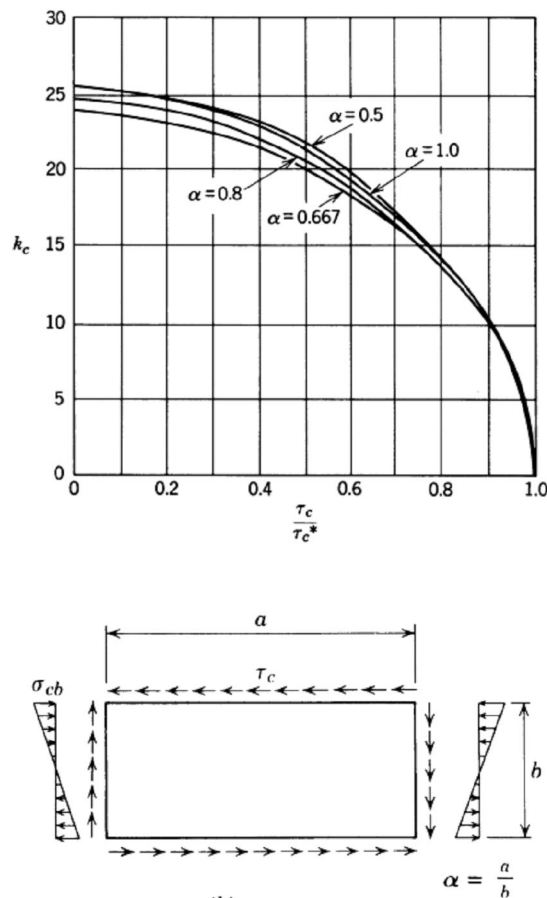


Рис. 1.10 Коефіцієнти стійкості для пластин при комбінованому згині та зсуві

Для пластини, просто підпертої з чотирьох сторін, при комбінованому навантаженню, приблизна оцінка критичного комбінованого навантаження отримується за допомогою формули взаємодії з трьох частин, рів. (1.21) (Gerard and Becker, 1957/1958).

$$\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_c^*}\right) + \left(\frac{\sigma_{cb}}{\sigma_{cb}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau_c}{\tau_c^*}\right)^2 = 1.0 \quad (1.21)$$

Вищевказана проблема, з подальшим додаванням вертикальної сили стиску вздовж верхнього та нижнього країв довжини a , була розглянута Маккензі [17], результати отримані у вигляді графіків взаємодії. Результати добре узгоджуються з частинними випадковими рівняння. (1.21). Рівняння взаємодії (1.21), дійсне, коли a/b більше одиниці, графічно показано на рис. (1.11), як представлено у Брокенбро та Джонстоні [8].

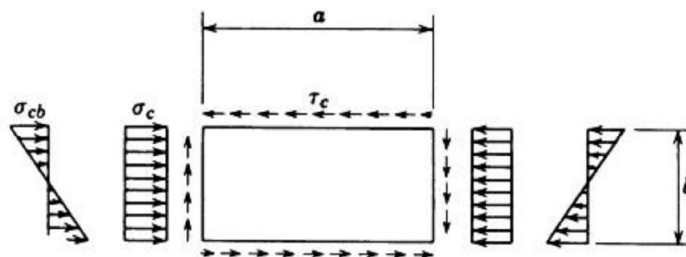
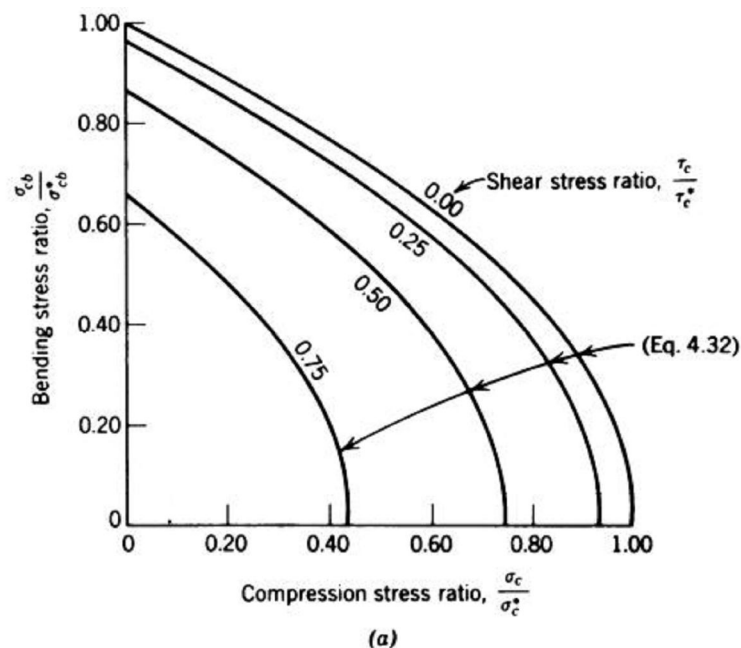


Рис. 1.11 Крива взаємодії для стійкості плоских пластин під зсув, стиснення та згинання

Алі [18] скерував визначати напруження втрати стійкості в стінках балок, що зазнають комбінованих напружень зсуву та згину, припускаючи, що граничні умови вздовж місця з'єднання стінки та поясів є вбудованими. Інші граничні умови вздовж положення вертикальних ребер жорсткості вважаються просто підтримуваними через відносно невелику жорсткість ребер жорсткості.

1.8. Постановка задачі

Встановлено, що введення вирізів грає ключову роль в зниженні матеріаломісткості пошкодженої конструкції. Як вказувалося, раніше, нестабільність і концентрація напружень в вирізі є причиною втрати працездатності. Для тонкостінних конструкцій початок викривлення зазвичай передуює плинності матеріалу. Це корисно, оскільки пружна деформація значно менш складна, ніж пластична деформація, яка визначає граничні характеристики пластин. Завдання полягає в тому, щоб класифікувати і кількісно оцінити вищезгадані ефекти.

Тести, призначені для оцінки теоретичних результатів і методів, зазвичай поділяються на три категорії:

- 1) Натурні випробування за участю виконавчих конструкцій в реальних умовах експлуатації;
- 2) Субмасштабне випробування, що включають окремі вузли, установки, з'єднання, в приблизних умовах експлуатації;
- 3) Лабораторні випробування, що включають випробувальний зразок і вимагають спеціальних налаштувань навантаження, що імітують ідеалізовану теоретичну модель.

Дослідження нестабільності пластин при зсуві має фундаментальний недолік, що полягає в тому, що реальні конструкції зазвичай ніколи не відчують чисто зсувного навантаження.

При аналізі стійкості пластин до зрушення в лабораторних умовах діють наступні вимоги:

1) Жорсткість установки і її компонентів повинна бути на кілька порядків більше, ніж жорсткість зразка, щоб деформація установки не впливала на поведінку моделі і результати аналізу перекосу;

2) Неприпустимо допускати скручування або вигин пластини в міру її наближення і досягнення точки поздовжнього вигину;

3) Граничні умови повинні максимально наближати теоретично змодельовані обмеження.

4) Нормальні напруги в пластині повинні бути незначними, а напруги зсуву повинні бути якомога більш однорідними;

5) В ідеалі установка повинна бути простою у виготовленні і універсальною, що дозволяє проводити випробування зразків різних розмірів.

Пропонується проста установка, яка задовольняє всім перерахованим вимогам. Експеримент проводився на спеціально сконструйованій установці (рис. 1.1), що представляє собою вертикальну стійку 1, укріплену на фундаменті. На верхньому кінці стійки розміщено різноплечеве коромисло 2, до одного з кінців якого прикріплений випробуваний зразок в шарнірному чотирехзвенніку 4, приєднаному до динамометра 5 для фіксації прикладається зусилля. До іншого кінця коромисла приєднаний талреп 3, що забезпечує навантаження зразка.

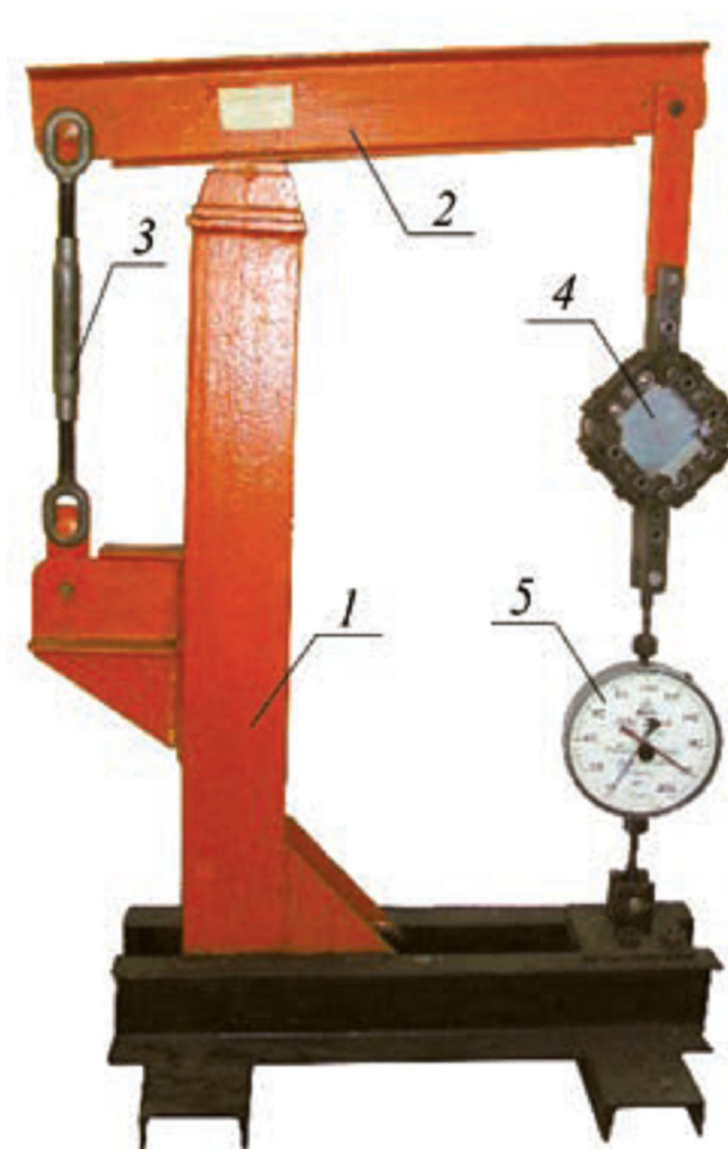


Рисунок 1.1 Установка

Установка призначена для збирання без спеціального виробничого обладнання і може бути виготовлена з легкодоступних матеріалів. Ця установка дозволяє проводити випробування зразків різних форм і розмірів (рис. 1.2).

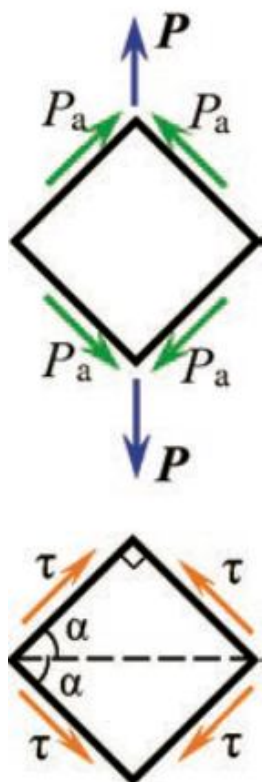


Рисунок 1.2. Схема тестової установки

Периметр складається з холоднокатаних або екструдованих L-образних профілів, які забезпечують достатню жорсткість проти вигину і відхилень від площини. Потім випробувана пластина (рис. 1.3) притискається до випробувальної установки за допомогою знімних кріплень. Для запобігання ковзання пластини потрібно достатнє зусилля затиску.

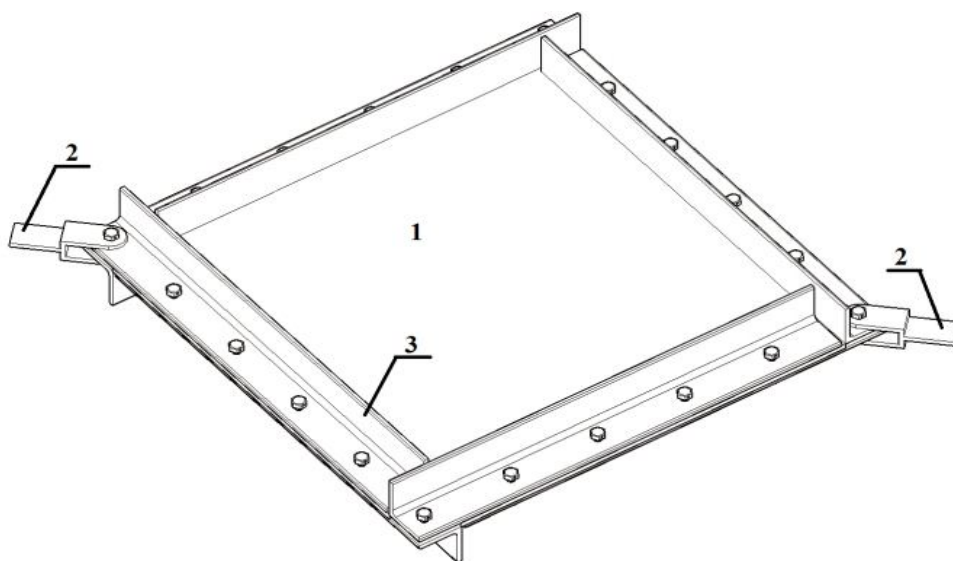


Рисунок 1.3. Загальний вид тестової установки

Де:

- 1 – дослідна пластина;
- 2 - точки прикладання нагрзуки;
- 3 – граничні прижимні балки;

Що стосується матеріалу випробувального зразка, то використання оргскла допустимо з кількох причин, включаючи той факт, що він має більш низький модуль Юнга і межа міцності, що дозволяє використовувати менше навантаження і більш легку установку. Примітка: властивості термічного розширення плексигласу сильно відрізняються від властивостей алюмінію і сталі. Необхідно стежити за тим, щоб на всіх етапах випробувань підтримувалося теплова рівновага, щоб не поставити під загрозу точність результатів.

Важливо виконати перевірку результатів випробувань, а також порівняти результати з результатами, отриманими за допомогою методів кінцево-елементного аналізу. Це дозволяє додатково підтвердити достовірність і дає більш повне уявлення про поведінку тестованого зразка (рис. 1.4).

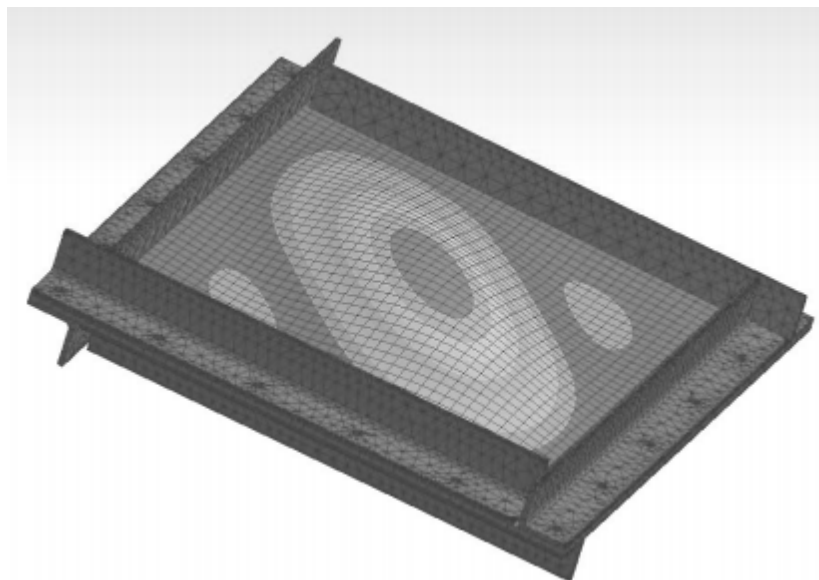


Рисунок 1.4. Результати аналізу МСЕ

Як видно з рис. 1.4., аналіз моделі за допомогою скінченних елементів забезпечує адекватне уявлення режиму втрати стійкості, що спостерігається під час лабораторних випробувань фізичного зразка.

Слід зазначити один важливий аспект - відсутність скручування або зсуву підтримуються вузлів. В такому випадку пластина деформується, що може привести до того, що режими втрати стійкості можуть значно відрізнятися від очікуваних.

Установка з використанням болтів має принциповий недолік, що полягає в надмірному навантаженні кутових кріпильних елементів. При складанні описаної конструкції необхідно дотримуватися особливих застережних заходів, щоб забезпечити здатність кріплення витримувати необхідне навантаження. Зрушення як підшипника, так і кріплення слід враховувати в цілому.

Аналіз отриманих результатів показує, що можна зробити наступні висновки:

1) Установка для випробування плоских прямокутних пластин на вигин при зсуві відповідає всім поставленим вимогам і дозволяє отримати точні результати.

2) Найкраще установка працює з прямокутними пластинами з рівною довжиною сторін і відносно міцними матеріалами.

3) Випробувальна установка забезпечує змінну фіксацію країв пластини, яку зазвичай слід розглядати як фіксовану опору. Це обмеження, оскільки неможливо аналізувати просто підтримувані або вільні граничні умови або суміш граничних умов.

4) Установка вимагає дотримання особливих запобіжних заходів для безпечної роботи і отримання точних результатів.

Розділ 2. Комп'ютерний аналіз круглих вирізів в веб-панелях.

2.1. Метод скінченних елементів (МСЕ)

Метод скінченних елементів був вперше розроблений, коли виникла необхідність вирішення складних завдань пружного структурного аналізу в цивільних, морських і аерокосмічних інженерних задачах.

На початку двадцятого століття було вперше висловлено припущення про можливість моделювання складних структур як суми більш простих елементів. У суднобудуванні і будівництві літаків. Такими елементами були стрингери, шпангоути, балки, панелі обшивки і т. д.. Хреннікофф (1941) першим запропонував аналогію з ґратами для моделювання вигину мембран і пластин конструкцій, яку він пізніше розробив, щоб включити моделі решіток для викривлення пластини і оболонки. Мані, Остенфельд (1920) розробив метод вирішення для розподілу напружень в шарнірної рамі за допомогою масиву лінійних алгебраїчних рівнянь. На жаль, ці методи не набули широкого поширення через відсутність обчислювальних можливостей.

Ранній розвиток моделювання методом скінченних елементів також привернуло увагу Куранта (1942). Консенсус між ним і його колегами полягав в концепції поділу безперервного регіону на більш дрібні субрегіони, часто звані елементами.

У своїх роботах Хреннікофф запропонував використовувати ортогональну сітку для поділу регіону. Тим часом Курант виступав за трикутні елементи, які краще відповідають рішенню рівнянь частинних похідних другого порядку. Ці рівняння виникають при вирішенні задачі про крутіння циліндра. Внесок Куранта носив еволюційний характер і ґрунтувався на великій кількості більш

ранніх результатів для частинних похідних, розроблених Релеєм, Рітцем і Гальоркіна.

Метод скінченних елементів отримав свій справжній імпульс в 1960-х і 1970-х роках завдяки розробкам Аргіріса з колегами з Штутгартського університету, Клафа з колегами з Каліфорнійського університету в Берклі, Зенкевича з колегами Хінтон, Айронсом і іншими співробітниками з Університету Суонсі. , Чіарле з Паризького університету і Галлахер з колегами з Корнельського університету. Подальший імпульс в ці роки було надано доступним програмами кінцевих елементів з відкритим вихідним кодом. НАСА спонсорувала оригінальну версію Nastran, а Каліфорнійський університет в Берклі зробив програму скінченних елементів SAP IV широко доступною. У Норвегії класифікаційне товариство судів Det Norske Veritas розробило Sesam в 1969 році для використання в аналізі судів. Сувору математичну основу методу скінченних елементів була надана в 1973 році публікацією Strang and Fix. З тих пір цей метод був узагальнений для чисельного моделювання фізичних систем в самих різних інженерних дисциплінах, наприклад, в електромагнетизмі, теплопередачі і гідродинаміки.

Метод скінченних елементів характеризується варіаційної формулюванням, стратегією дискретизації, одним або декількома алгоритмами рішення і процедурами подальшої обробки.

Прикладами варіаційної формулювання є метод Гальоркіна, дискретний метод Гальоркіна, змішані методи і т. д.

Під стратегією дискретизації розуміється чітко визначений набір процедур, які охоплюють:

- а) Створення сіток з кінцевих елементів;

б) Визначення базової функції на опорних елементах (також званих функціями форми);

в) Відображення опорних елементи на елементи сітки.

Кожна стратегія дискретизації має певні переваги і недоліки;

Існують різні алгоритми чисельного рішення, які можна розділити на дві великі категорії; прямі та ітераційні рішення. Ці алгоритми призначені для використання розрідженості матриць, що залежать від вибору варіаційної формулювання і стратегії дискретизації.

P_1 – одновимірна задача:

$$P_1: \begin{cases} u''(x) = f(x) \text{ in } (0,1), \\ u(0) = u(1) = 0, \end{cases} \quad (2.1.1)$$

Де: f – задана функція; u – невідома функція; u'' – друга похідна u по x ;

P_2 – двовимірна задача:

$$P_1: \begin{cases} u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = f(x, y) \text{ in } \Omega, \\ u = 0 \end{cases} \quad \text{on } \partial\Omega \quad (2.1.2)$$

де Ω - зв'язкова відкрита область на площині (x, y) , межа $\partial\Omega$ якої лінійної області (наприклад, гладке різноманіття або багатокутник), а u_{xx} і u_{yy} позначають другі похідні по x і y відповідно.

Проблема P_1 може бути вирішена безпосередньо шляхом обчислення первісних. Однак цей метод вирішення крайової задачі (КЗ) працює тільки тоді, коли існує одно просторовий вимір, і не поширюється на проблеми вищої розмірності або на подібні проблеми $u + u'' = f$. З цієї причини ми розробимо метод кінцевих елементів для P_1 і опишемо його узагальнення для P_2 .

Спочатку - перетворим P_1 і P_2 в їх еквівалентні слабкі формули. Якщо за допомогою u вирішується P_1 , то для будь-якої лінійної функції v , яка задовольняє граничним умовам зсуву, тобто $v = 0$ при $x = 0$ і $x = 1$, ми маємо:

$$\int_0^1 f(x)v(x)dx = \int_0^1 u''(x)v(x)dx \quad (2.1.3)$$

І навпаки, якщо u з $u(0) = u(1) = 0$ задовольняє (2.1.3) для будь-якої лінійної функції $v(x)$, то можна показати, що це u буде вирішувати P_1 . Розв'язок простіше двічі безперервно диференціюється по u (теорема про середнє значення), але також може бути доведено в сенсі розподілу.

Визначимо новий оператор або відтворення $\phi(u,v)$, використовуючи інтегрування частинами в правій частині (2.1.3):

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x)v(x)dx &= \int_0^1 u''(x)v(x)dx = \\ &= u'(x)v(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 u'(x)v'(x)dx = -\int_0^1 u'(x)v'(x)dx = -\phi(u,v) \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Де ми припускаємо що $v(0) = v(1) = 0$.

Якщо ми інтегруємо частинами, використовуючи форму тотожності Гріна, ми побачимо, що якщо u вирішує P_2 , то ми можемо визначити $\phi(u, v)$ для будь-якого v наступним чином:

$$\int_{\Omega} f v ds = -\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v ds = -\phi(u,v) \quad (2.1.5)$$

де ∇ - позначає градієнт і позначає скалярний простір в двовимірній площині. Ще раз ϕ можна перетворити в скалярний простір на відповідному просторі $H_0^1(\Omega)$ раніше продиференційовані з Ω , рівних нулю на $\partial\Omega$. Ми теж це припустили, що $v \in H_0^1(\Omega)$. Також можна показати існування і унікальність рішення.

Ми можемо в загальних рисах розглядати $H_0^1(0,1)$ як абсолютно безперервні функції від $(0, 1)$, які дорівнюють нулю при $x = 0$ і $x = 1$. Такі функції (слабкі), в яких взята перша похідна, і виявляється, що симетричне білінійне відображення ϕ тоді визначає внутрішній простір $H_0^1(0,1)$, який перетворюється в Гільбертовий

простір (докладний доказ нетривіальний). З іншого боку, ліва частина $\int_0^1 f(x)v(x)dx$ також є внутрішнім простором, на цей раз в $L^2(0, 1)$. Застосування теореми Рісса про подання для Гільбертових просторів показує, що існує єдине u , вирішуюче (2.1.4) і, отже, P_1 . Це рішення апріорі є тільки частиною $H_0^1(0,1)$, але використовуючи еліптичну регулярність, буде лінійним, якщо f .

P_1 і P_2 готові до дискретизації, що призводить до загальної підзадачі P_3 . Основна ідея - замінити безкінечно вимірну лінійну задачу:

Знайдемо $u \in H_0^1$ так що: $\forall v \in H_0^1, -\phi(u, v) = \int f v$ - з скінчено вимірною версією:

Знайдемо $u \in V$ так, що:

$$\forall v \in V, -\phi(u, v) = \int f v$$

де V – скінченновимірний підпростір в H_0^1 . Є багато можливих варіантів для V (одна можливість веде до спектрального методу). Однак для методу скінченних елементів ми беремо V як простір кусково-поліноміальних функцій.

Візьмемо інтервал $(0, 1)$, виберемо n значень x з:

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n < x_{n+1} = 1 \text{ і ми визначаємо } V \text{ наступним чином:}$$

$$V = \{v: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}: v \text{ є безперервним, } v|_{[x_k, x_{k+1}]} \text{ є лінійним для } k = 0, \dots, n, \text{ і } v(0) = v(1) = 0\}$$

де ми визначаємо $x_0 = 0$ і $x_{n+1} = 1$. Зауважимо, що функції з V не мають похідних згідно елементарного визначення обчислення. Дійсно, якщо $v \in V$ тоді похідна зазвичай взагалі не визначається як $x = x_k, k = 1, \dots, n$. Однак похідна існує при будь-якому іншому значенні x , і цю похідну можна використовувати для інтегрування частинами.

Нам потрібно, щоб V було набором функцій від Ω . Простір V буде складатися з функцій, лінійних на кожному трикутнику обраної триангуляції.

Можна сподіватися, що в міру того, як сітка, яка лежить в основі трикутна, стає все більш і більш тонкою, рішення дискретної задачі P_3 в деякому сенсі сходиться до вирішення вихідної крайової задачі P_2 . Щоб виміряти цю тонкість сітки, триангуляція індексується речовим параметром $h > 0$, який вважається дуже маленьким. Цей параметр буде пов'язаний з розміром найбільшого або середнього трикутника в триангуляції. При уточненні триангуляції простір кусково-лінійних функцій V також має змінитися зі зміною h . З цієї причини в літературі часто читають V_h замість V . Оскільки ми не проводимо такий аналіз, ми не будемо використовувати ці позначення.

Щоб завершити дискретизацію, ми повинні вибрати базис V . В одновимірному випадку для кожної контрольної точки x_k ми виберемо кусково-лінійну функцію v_k в V , значення якої дорівнює 1 в точці x_k і нулю в кожній $x_j, j \neq k$, і т. д.

$$v_k = \begin{cases} \frac{x - x_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}, & \text{якщо } x \in [x_{k-1}, x_k] \\ \frac{x_{k+1} - x}{x_{k+1} - x_k}, & \text{якщо } x \in [x_k, x_{k+1}] \\ 0, & \text{інакше;} \end{cases} \quad (2.1.6)$$

Для $k = 1, \dots, n$ цей базис являє собою зсуненою і зі змінним розміром наметову функцію. Для двовимірного випадку ми знову обираємо одну базисну функцію v_k на вершину x_k триангуляції лінійної області Ω . Функція v_k - це єдина функція від V , значення якої дорівнює 1 в точці x_k і нулю в кожній $x_j, j \neq k$.

Залежно від автора, слово "елемент" у "методі кінцевих елементів" відноситься або до трикутників у області, до кусочно-лінійної базисної функції, або до обох. Метод скінченних елементів не обмежується трикутниками.

Більш просунуті реалізації (адаптивні методи кінцевих елементів) використовують метод оцінки якості результатів (заснований на теорії оцінки помилок) і модифікують сітку під час вирішення з метою досягнення наближеного рішення в деяких межах від точного рішення задачі континууму.

Адаптивна сітка може використовувати різні методи, найбільш популярними з яких є:

- 1) рухомі вузли (r - адаптивність);
- 2) уточнюючі (і не уточнюючі) елементи (h - адаптивність);
- 3) зміна порядку базових функцій (p - адаптивність);
- 4) комбінації вищезгаданого (h_p - адаптивність).

Моделювання кінцевих елементів має ряд переваг:

1) Детальна подібність відносно простої геометрії, основні функції в кінцевому результаті стають відносно простими та узгодженими.

2) За рахунок уточнення піделементів форма і форма Ω наближається ще більш точно. Це життєво важливо для більш складних геометричних форм. Можливо збільшити густину підлементів там, де очікується розрив функції або великий градієнт функції.

3) Відносно легко знаходити основні функції, задовольняючи граничні умови підбору.

4) Після використання базових функцій рівного нулю за межі подібних властивостей, вимоги до обчислення зменшуються.

5) Базові функції не перекриваються; тому, можна інтегрувати по всій області, додавши результати інтеграції кожні підобласті.

6) МСЕ надзвичайно універсальний і дозволяє виконувати будь-які нелінійні завдання з широким спектром своїх матеріалів.

7) Легко програмує FEM, що дозволяє застосовувати його у багатьох областях.

2.2 Метод кінцевих різниць (МКР)

Методи кінцевих різниць являють собою дискретизацію, використовувану для рішення диференціальних рівнянь шляхом їх апроксимації різницевиими рівняннями, де кінцеві різниці апроксимують похідні.

МКР перетворюють лінійні звичайні диференціальні рівняння (ЛДР) або нелінійні рівняння в частинних похідних в систему рівнянь, яку можна вирішити за допомогою методів матричної алгебри. Зведення диференціального рівняння до системи алгебраїчних рівнянь робить проблему пошуку рішення ідеально підходить для сучасних комп'ютерів, звідси і широке використання МКР в сучасному чисельному аналізі.

Нижче описані два МКР. Перший - метод медіанної похідної, який використовується для вирішення рівнянь статичної рівноваги в динамічних задачах. Цей метод класифікується як метод прямого інтегрування.

Рівняння рівноваги системи, що рухається кінцевих елементів:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R \quad (2.1)$$

де M , C і K - матриці маси, демпфірування і жорсткості відповідно, R - вектор прикладених сил, U , \dot{U} і \ddot{U} - вектори переміщень, швидкостей і прискорень.

Пряме чисельне інтегрування засноване на декількох концепціях. По-перше, необхідно задовольняти рівнянням рівноваги тільки на коротких дискретних інтервалах часу, а не безперервно. По-друге, зміна U , \dot{U} і \ddot{U} можуть бути враховані, оскільки передбачається, що вони відомі, і єдине, що залишилося знайти, - це рішення (2.1) в межах $t \in (0, T)$. Період часу t додатково підрозділяється на n рівних підінтервалів Δt :

$$\Delta t = T / n \quad (2.2)$$

Метод медіанної похідною передбачає наступне:

$$\ddot{U}_t = \frac{1}{\Delta t^2} \{U_{t-\Delta t} - 2U_t + U_{t+\Delta t}\} \quad (2.3)$$

Помилка, що виникає з (2.3), має порядок $(\Delta t)^2$, тому при вирішенні для швидкостей досить використовувати такі рівняння:

$$\dot{U}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-U_{t-\Delta t} + U_{t+\Delta t}) \quad (2.4)$$

Зсув в момент часу $t + \Delta t$ розраховується по (2.1) до t :

$$M\ddot{U}_t + C\dot{U}_t + KU_t = R_t \quad (2.5)$$

Підставляючи (2.3) і (2.4) в (2.5), отримуємо рівняння:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C \right) U_{t+\Delta t} = R_t \cdot \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) U_t - \left(\frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C \right) U_{t-\Delta t} \quad (2.6)$$

що дозволяє нам знаходити $U_{t+\Delta t}$. Розрахунок зміщення $U_{t+\Delta t}$ заснований на задоволенні рівнянь рівноваги в момент часу t (2.5).

Ще одна особливість цього методу є те, що $U_{t+\Delta t}$ виходить з U_t і $U_{t-\Delta t}$. Таким чином, обчислення зміщення вимагає спеціального етапу попередньої обробки.

Оскільки U_0 , \dot{U}_0 і \ddot{U}_0 відомі (і якщо відомі тільки U_0 , \dot{U}_0 , то можна знайти інші, використовуючи (2.1)), то, використовуючи (2.3) і (2.4), значення $U_{t-\Delta t}$ легко може бути отримано:

$$U_{-\Delta t}^{(i)} = U_0^{(i)} - \Delta t \dot{U}_0^{(i)} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}_0^{(i)} \quad (2.7)$$

де верхній індекс (i) позначає відповідний елемент вектора.

У разі відсутності демпфірування рівняння (2.6) можна переписати у вигляді:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}M\right)U_{t+\Delta t}=\hat{R}_t, \quad (2.8)$$

Де:

$$\hat{R}_t=R_t-\left(K-\frac{2}{\Delta t^2}M\right)U_t-\left(\frac{1}{\Delta t^2}M\right)U_{t-\Delta t} \quad (2.9)$$

Потім зміщення обчислюються за формулою:

$$U_{t+\Delta t}^{(i)}=\hat{R}_t^{(i)}\left(\frac{\Delta t^2}{m_{il}}\right), \quad (2.10)$$

де $U_{t+\Delta t}^{(i)}$ і $\hat{R}_t^{(i)}$ - відповідні компоненти вектора $U_{t+\Delta t}$ і \hat{R}_t ; m_{ij} є елементом M .

Немає необхідності перетворювати матрицю жорсткості або матрицю маси в трикутний стан, отже, також не потрібно будувати K і M для всього ансамблю.

Оскільки:

$$K=\sum_l K_l; M=\sum_i M_i \quad (2.11)$$

Отже, KU_t , $(2M/\Delta t^2)U_t$ and $(M/\Delta t^2)U_{t-\Delta t}$ в (2.9) необхідно розраховувати тільки на рівні елементів, складаючи внесок кожного елемента в вектор навантажень. Таким чином, вірно наступне \hat{R}_t :

$$\hat{R}_t=R_t-\sum_i(K_i U_t)-\sum_i\frac{1}{\Delta t^2}M_i(U_{t-\Delta t}-2U_t) \quad (2.12)$$

де $K_i U_t$ і $M_i(U_{t-\Delta t}-2U_t)$ розв'язуються за допомогою K_i and M_i компактною формулою.

2.3 Неперервне середовище

Існує багато відомих підходів до вирішення проблеми руху суцільного середовища. Деякі з найбільш примітних: Лагранжева, Ейлерова і Лагранжева-Ейлерова формулювання, остання часто називається формулою Лагранжа-Ейлера.

Лагранжева формулювання має обмежену придатність для задач з масивною деформацією форми. Як правило, це не може бути застосовано при великих деформаціях сітки.

Рішення формулювання формули Лагранжа-Ейлера іноді включає в себе зміщення вузлів сітки, щоб звести до мінімуму деформацію сітки. Якщо матеріал тече щодо сітки, використовуються додаткові рівняння.

У формулі Ейлера з декількох матеріалів середовище може проходити через сітку, яка фіксується на місці. Крім того, можлива наявність сітчастого елемента, який містить матеріали кількох типів. Це корисно, коли тверді тіла змішуються з рідинами, тоді для твердих тіл використовується Лагранжа підхід, а для рідин - метод Ейлера. Загалом, цей ефект називається взаємодією рідина-структура.

Кілька рівнянь складають Лагранжевого формулювання, наприклад: збереження маси, імпульсу, баланс енергії і основне рівняння.

Рівняння збереження маси:

$$\dot{\rho} + \rho \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0, \quad (2.13)$$

де ρ – щільність і \mathbf{v} швидкість.

Рівняння збереження імпульсу:

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \rho \mathbf{g} + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (2.14)$$

де \ddot{x} - прискорення, σ - тензор напружень, g - прискорення вільного падіння.

Рівняння збереження енергії:

$$\rho \dot{u} = \sigma : D + \rho r - \Delta \cdot q, \quad (2.15)$$

де \dot{u} - швидкість зміни внутрішньої енергії, D - швидкість деформації, r - інтенсивність теплового джерела, q - тепловий потік а також, оператор подвійного скалярного множення.

Просторова дискретизація рівняння збереження імпульсу передбачає перехід від (2.14) до вирішення наступного:

$$\int_V (\rho \ddot{x} - \rho g - \text{div}(\sigma)) \cdot \Phi dv \quad (2.16)$$

з відповідними граничними умовами. Використовуючи процедури з МКЕ, вирішення рівняння (2.16) стає вирішенням наступного:

$$M \ddot{d} = F_i + F_e \quad (2.17)$$

де \ddot{d} - вектор вузлових швидкостей, F_i F_e - вектори внутрішніх та зовнішніх сил відповідно.

Просторова дискретизація рівняння збереження енергії передбачає перехід від рівняння (2.15) до рішення:

$$\int_V (\rho \dot{u} - \sigma : D - \rho r + \Delta \cdot q) \cdot \phi dv \quad (2.18)$$

Можна перетворити рівняння (1.3.6) у такий вигляд:

$$M^\theta \dot{\theta} = F_t^\theta + F_e^\theta \quad (2.3.7)$$

де θ - температура, M^θ - матриця теплоємності, F_t^θ , F_e^θ є векторами внутрішніх та зовнішніх теплових навантажень відповідно.

Вектор внутрішніх сил, включених до рівняння (2.18), визначається третім доданком виразу, інтегрованого за:

$$\int_V \operatorname{div}(\sigma) \cdot \Phi dv = \int_B (\sigma n) \cdot \Phi db - \int_V \sigma : (\Delta \Phi) dv \quad (2.19)$$

і дорівнює:

$$F_i = \int_V \sigma : (\Delta \Phi) dv \quad (2.20)$$

Вектор F_i отримується шляхом складання всіх внутрішніх сил для всіх елементів, що входять в модель. Для кожного елемента вектор внутрішніх навантажень визначається як:

$$f_i^e = \int_{V^e} B^T \bar{\sigma} dv, \quad (2.21)$$

де B - похідна форми елемента і $\bar{\sigma}$ складається з шести компонентів тензора напружень.

Вектор зовнішніх сил F_e у рівнянні (2.18) враховує розподіл прикладених навантажень.

Вузлові прискорення можуть бути отримані з (2.18) і є такими:

$$\ddot{d} = M^{-1} (F_i + F_e) \quad (2.22)$$

Шляхом інтегрування з часом із збільшенням до другого порядку величини отримують прискорення, швидкості та переміщення:

$$\begin{aligned} \ddot{d}_n &= M^{-1} (F_i + F_e); \\ \dot{d}_{n+1/2} &= \dot{d}_{n-1/2} + \ddot{d}_n \Delta t; \\ d_{n+1} &= d_n + \dot{d}_{n+1/2} \Delta t, \end{aligned} \quad (2.23)$$

Рішення буде точним за умови збільшення часу:

$$\Delta t_{avg} = \frac{2}{\omega_{max}}, \quad (2.24)$$

де ω_{max} - максимальна власна частота системи.

Часто може бути важко визначити ω_{max} , щоб впоратися з цим, частоту можна оцінити:

$$\omega_{max} \approx \frac{2c}{\Delta x_{min}}, \quad (2.25)$$

де c - швидкість звуку в середовищі, Δx_{min} - найменший розмір елемента.

Швидкість деформації визначається:

$$\Delta \epsilon = D \Delta t, \quad (2.26)$$

Формули Ейлера та Лагранжа-Ейлера описують рух середовища через сітку і тому вимагають додаткових законів збереження. Слід зазначити, що поряд із середовищем, що протікає через сітку, певні змінні, що використовуються для опису попередніх станів, повинні відстежувати. Серед цих змінних є щільність, температура, деформація тощо. Ці змінні називаються історичними змінними. Приклад похідної такої змінної наведено нижче:

$$\dot{\phi} = \phi' + \Delta \phi \cdot (v - \dot{x}), \quad (2.27)$$

де ϕ' - похідна змінної від часу в статичній системі координат, v - швидкість деформації сітки та \dot{x} - швидкість матеріальної точки.

І в рецептурі Ейлера, і в Лагранжа-Ейлера вузли сітки не слідкують за рухом середовища. Отже, рівняння збереження енергії змінено:

$$\rho \dot{u} = \rho \nabla u \cdot (v - \dot{x}) + \sigma : D + \rho r - \nabla \cdot q \quad (2.28)$$

Рівняння, яке описує зміни історичних змінних, подібне до рівняння (2.28). У цьому рівнянні, $\dot{x} = \sigma : D = \sigma r = \nabla \cdot q$, отже $\dot{u} = \nabla u \cdot v$. Це призводить до висновку, що $u_x(t_0) = u_x(t_1)$.

Спочатку обчислюється похідна Лагранжа відносно часу, потім відносно історичної змінної. Відносний рух середовища по відношенню до сітки та історичні змінні зроблені відповідно до вузлів та елементів статичної сітки.

Швидкість потоку середовища визначає критичну тривалість кроку часу:

$$\Delta t_{cr} \approx \min \left[\frac{\Delta x^e}{c}, \frac{2\Delta x^e}{v^e} \right], \quad (2.29)$$

де c - швидкість звуку в середовищі, Δx^e є мінімальним типовим розміром елемента сітки та v^e - середньою кількістю вузлів елемента.

Модифікація сітки, спрямована на зменшення спотворень, називається випрямленням сітки. У формулюванні Ейлера, після обчислення етапу Лагранжа, сітка повертається до початкової конфігурації. Підхід формули Лагранжа-Ейлера містить два варіанти виправлення сітки після лагранжевого кроку:

1) Прямий метод, що дозволяє вузлам ковзати уздовж заздалегідь визначених ліній між сусідніми вузлами;

2) Ітераційний метод випрямлення.

Ітераційні рішення для випрямлення сітки шукають нову конфігурацію вузлів, яка мінімізує спотворення. Після отримання нових розташувань вузлів, історичні змінні відображаються.

Розділ 3. Розрахунок коефіцієнта зниження несучої здатності стінки залежності від зміщення отвору відносно нейтральної осі.

3.1. Основні теоретичні положення

Відповідальність авіа-інженера полягає не тільки в проектуванні конструкції, що базується на міркуваннях безпеки та придатності для експлуатації, але він також повинен враховувати функціональні вимоги на основі використання, для якого призначена конструкція. Під час проектування конструкції фюзеляжу або крила літака, традиційне конструкційне каркасне покриття складається з балок із суцільними стінками. Вони заважають прокладанню трубопроводів та кондиціонерів, необхідних для задовільного функціонування, на яке споруджена конструкція. Забезпечення балок отворами (вирізами) в стінках стало прийнятною інженерною практикою та виключає ймовірність того, що інженер-сервіс згодом створить вирізи у неналежних місцях.

Балки з отворами в стінці можуть бути конкурентоспроможними в таких випадках, навіть незважаючи на те, що доступні інші альтернативи суцільним балкам, такі як заглушки, ферми тощо.

Введення отвору в сітку балки змінює розподіл напружень в елементі, а також впливає на поведінку його руйнування. Таким чином, ефективна конструкція балок та секцій балочних прогонів з отворами в стінках стала одним із важливих міркувань у сучасних конструкціях.

Оскільки балка піддається різним типам навантажень, таким як пряме стиснення, згинання, зсув або їх комбінація, стінка балки може локально вигинатися до того, як елемент стане нестійким або до досягнення межі текучості. Таке локальне вигинання характеризується відхиленням пластини поза площиною. Незважаючи на те, що вигинання часто вважають раптовим або

неперервним процесом, неминуха присутність початкового відхилення в площинності призводить до поступового зростання цього зміщення, оскільки навантаження зростає до теоретичного критичного рівня.

Теоретичне навантаження на пружну втрату стійкості не є власною основою для проектування. Там, де може бути присутній вигин пластин, гранична міцність часто перевищує межу вигину. На відміну від балочних колон, вигнуті стінки продовжують надавати структурну здатність завдяки поведінці після вигинання. Отже, додаткове навантаження може застосовуватися без пошкодження конструкції. Можна стверджувати, що в ідеально спроектованій структурі граничні можливості матеріалу повинні бути досягнуті під час непружного вигинання. Однак наявність вигину впливає на перерозподіл напружень всередині елемента і, отже, ускладнює аналіз граничної здатності матеріалу.

Вивчення поведінки втрати стійкості однієї пластини, підпертої вздовж її країв, є важливим попереднім кроком до розуміння місцевої поведінки вигину плитних збірок. Напруження отримуються з концепції біфуркації для початку ідеальної структури. На практиці реакція конструкції безперервна через неминучу наявність первинних недоліків. Таким чином, критичні напруження найкраще розглядати як корисний показник поведінки, оскільки тонкі пластини можуть продовжувати нести додаткові навантаження і після початкового вигинання.

Аналіз критичного пружного напруження для прямокутної пластини, просто підкріпленої вздовж усіх країв і підданої рівномірному поздовжньому стискаючому напруженню, був представлений в 1891 р. [19]. Критичне пружне напруження довгого сегмента плити визначається відношенням ширини та товщини плити b / t , умовами стримування вздовж поздовжніх меж та властивостями пружного матеріалу (модулем пружності, E та коефіцієнтом Пуассона ν). Виражається пружне критичне напруження σ_c наступним чином:

$$\sigma_c = k \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.11)$$

де k - коефіцієнт вигину пластини, визначений теоретичним аналізом критичного навантаження, і є функцією як геометрії пластини, так і граничних умов, див. рис. 1.3.

Наявність отвору в веб-панелі викликає нерівномірний розподіл напружень, що призведе до виникнення пікових напружень навколо отвору. Ці пікові напруження можуть викликати нееластичне поведінку матеріалу, в тому числі деформацію, навіть до того, як пластина згинається. Застосовність представленого тут аналізу обмежується пружним поздовжнім вигином, тобто згином, коли всі напруження в пластині залишаються в діапазоні пружності. Таким чином, для того, щоб наступний аналіз був дійсним, вищевказане обмеження вимагає, щоб при навантаженні поздовжнього вигину були розраховані пікові напруження, і було показано, що вони залишаються на рівні або нижче пропорційного граничного напруження $\sigma_{\text{пл.}}$.

Кілька досліджень було виконано для визначення впливу отворів на стійкість пластинки в умовах чистого зсуву, чистого згину та стиску.

Т. Höglund в 1970 р в роботі [20], освяченої вивчення міцності балок з тонкою плоскою стінкою, пропонує наступну формулу для визначення зниження несучої здатності стіни, ослабленою круговим отвором,

$$\gamma_{wc} = 1 - \frac{cd}{h_w} \quad (3.12)$$

R. Narayanan і F.Y. Chow в 1985 р опублікували результати випробувань плоскої пластинки, ослабленою круговими і квадратними отворами в умовах чистого зсуву [21]. За результатами випробувань R. Narayanan і F.Y. Chow

пропонують формулу для визначення коефіцієнта зниження несучої здатності пластинки при втраті стійкості в умовах чистого зсуву. Для пластинки, ослабленою одним круглим отвором, що знаходяться на нейтральній осі балки формула запишеться у вигляді

$$\gamma_{wc} = 1.4 \frac{d}{h_w} - 0.6 \left(\frac{d}{h_w} \right)^2 \quad (3.13)$$

З урахуванням вищевикладеного критичне напруження зсуву по всій площі, σ_c , визначається наступним чином:

$$\sigma_{cr} = \gamma_{wc} * k_s \frac{E \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (3.14)$$

тільки якщо:

$$\sigma_{peak} = \sigma_r < \sigma_{пц} \quad (3.15)$$

Де $K_c = \frac{k_s \pi^2}{12(1-\nu^2)} = 0.904 k_s$ (при $\nu = 0,3$) - коефіцієнт втрати стійкості

k_s – коефіцієнт стійкості для напруження зсуву при згині;

γ_{wc} – коефіцієнт зниження несучої здатності пластинки при втраті стійкості;

ν - коефіцієнт Пуассона;

E – Модуль пружності;

1. b - довжина пластини;

σ_{peak} - максимальне ефективне напруження в пластині;

Для дослідження впливу різних параметрів (закріплення, геометричні характеристики,) на стійкість пластини, визначається значення коефіцієнту K . Цей коефіцієнт визначається шляхом експерименту, або методом

скінчених елементів. Значення коефіцієнту K_c для пластини в умовах чистого стиску, зсуву та чистого згину показані на рис. 3.15 – 3.17:

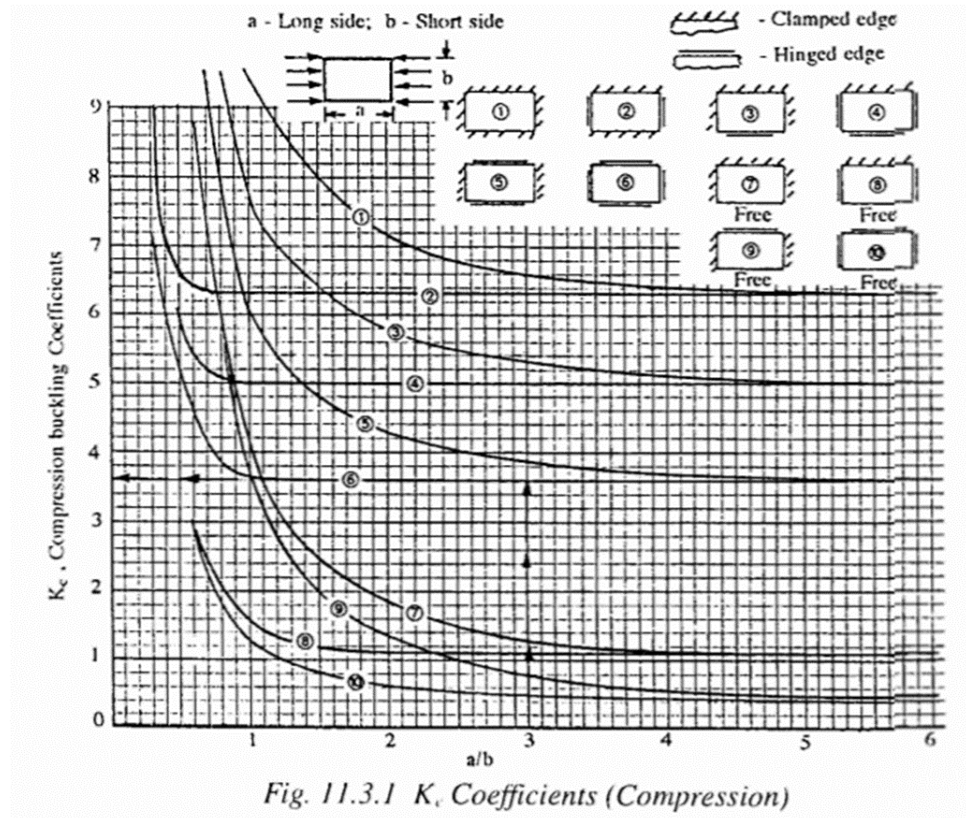


Рисунок 1 Значення коефіцієнту закріплення при чистому стисканні [1]

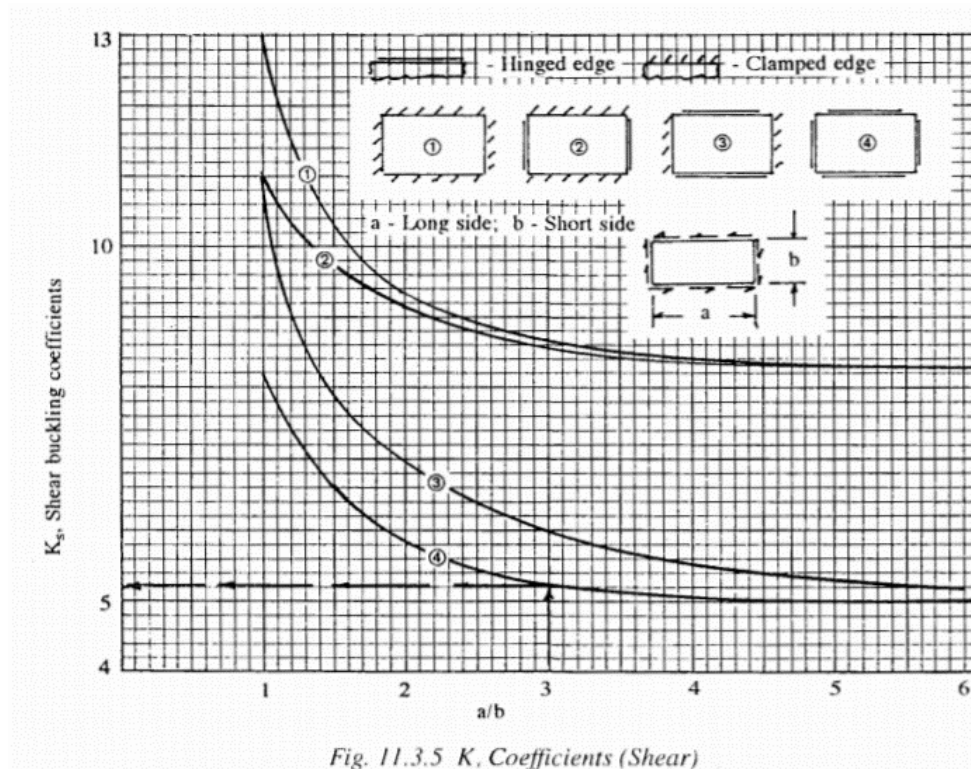


Рисунок 2 Значення коефіцієнту закріплення при чистому зсуві [1]

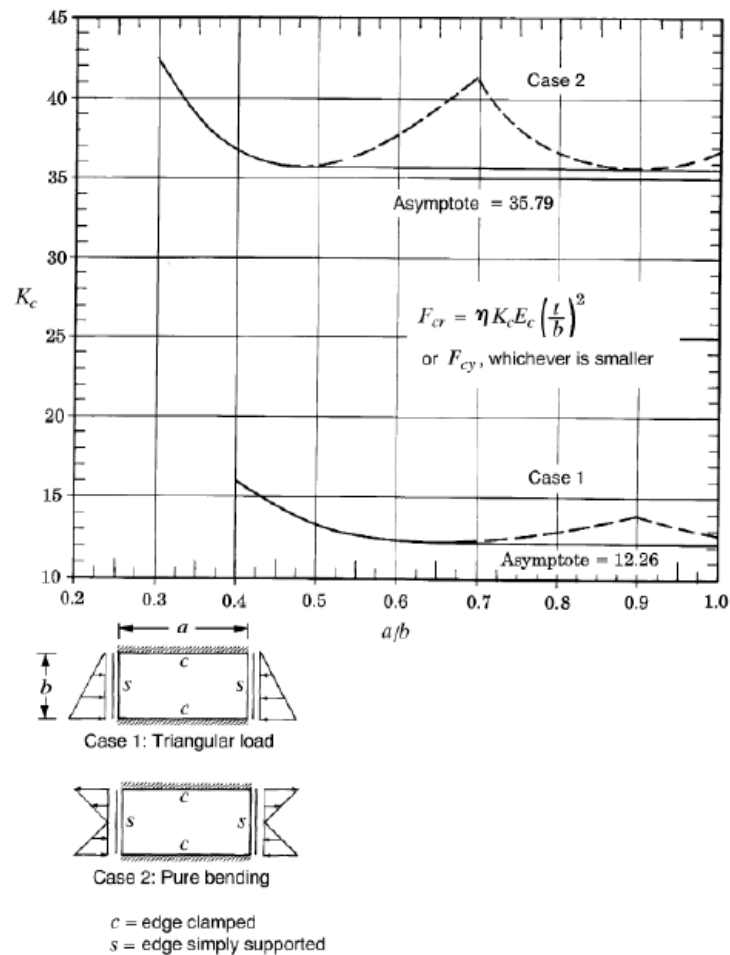


Рисунок 3 Значення коефіцієнту закріплення при згин [1]

Для того, щоб визначити яка з розглянутих формул краще описує вплив розташування отворів на несучу здатність балки при втраті стійкості стінки, були виконані чисельні розрахунки МСЕ моделей балок з стінкою при різні відстані круглого отвора від нейтральної осі стінки в програмі MSC. Software.

3.2. Геометрія

Для цього аналізу було обрано квадратне співвідношення сторін. Представлений загальний метод може успішно застосовуватися до різних співвідношень сторін. Відносний розмір вирізу (його діаметр) дорівнює $d/b = 0,30$ довжини сторони пластини, що становить одиницю довжини (8 дюйм). Виріз спочатку розташований у центрі пластини а потім зміщується відносно нейтральної осі s на відстань $y/b = 0.5; 0.525; 0.55; 0.575; 0.6; 0.625$; На рисунку 3.8 зображена пластина з квадратним співвідношенням сторін, відносним вирізом розміру 0.30 та розташуванням центра вирізу на нейтральні осі.

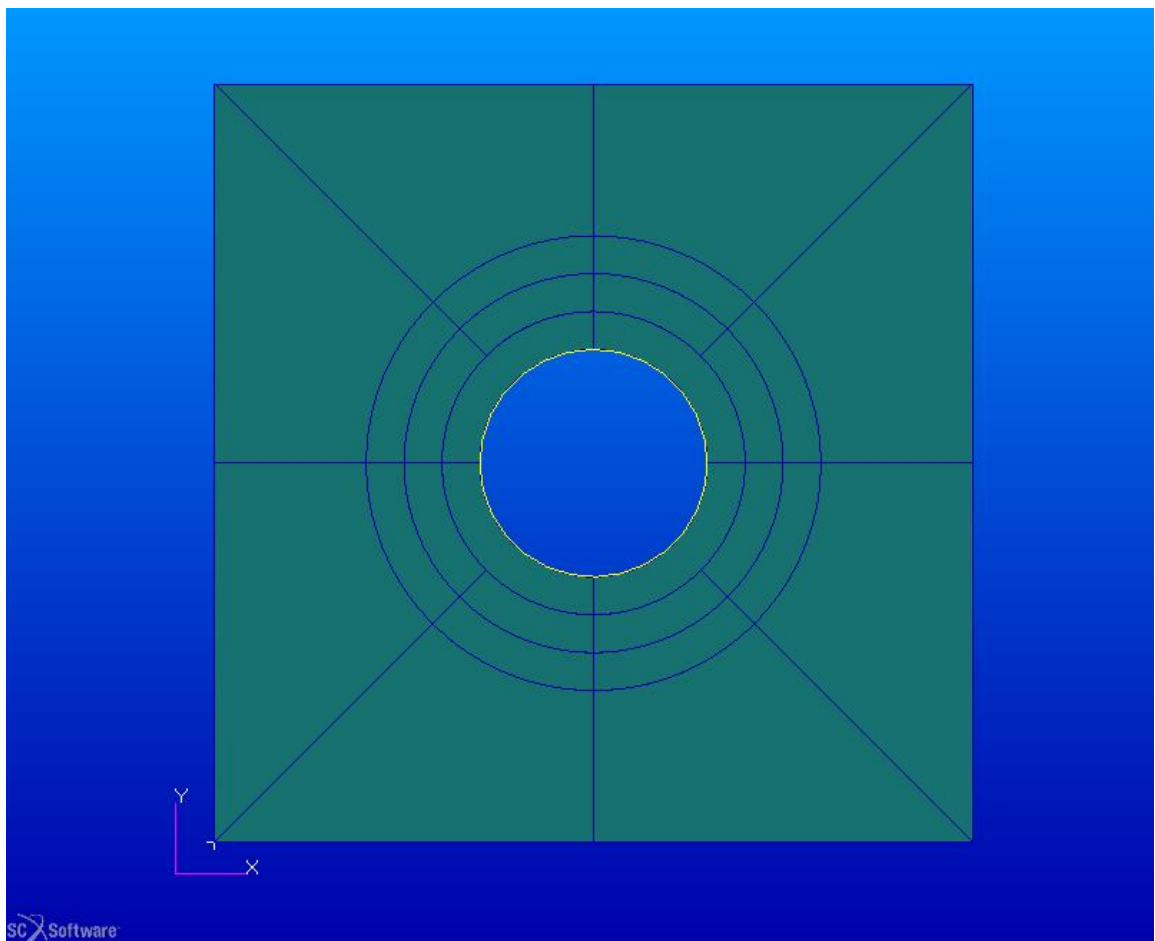


Рис. 3.8 - Геометрія стінки

Властивості матеріалу моделюються на основі загального алюмінію. Матеріал ізотропний і лінійно еластичний.

$$E = E_c = 10.00 \cdot 10^3 \text{ ksi (68,965.5 МПа)} \quad - \text{модуль Юнга;}$$

$$\nu = 0.33 \quad - \text{коефіцієнт Пуассона;}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 3.759 \cdot 10^3 \text{ ksi (25,924 МПа)} \quad - \text{модуль зсуву, неявно визначений;}$$

$$t = 0.1 \text{ in (2,54 мм)} \quad - \text{товщина стінки;}$$

Кілька сіток побудовано для встановлення необхідних обмежень розміру елемента для підтримки збіжності результатів. Сітка накладається з односпрямованим зміщенням довжини в певних місцях. Див. Малюнок 3.9 щодо розташування вузлів для накладання сітки.

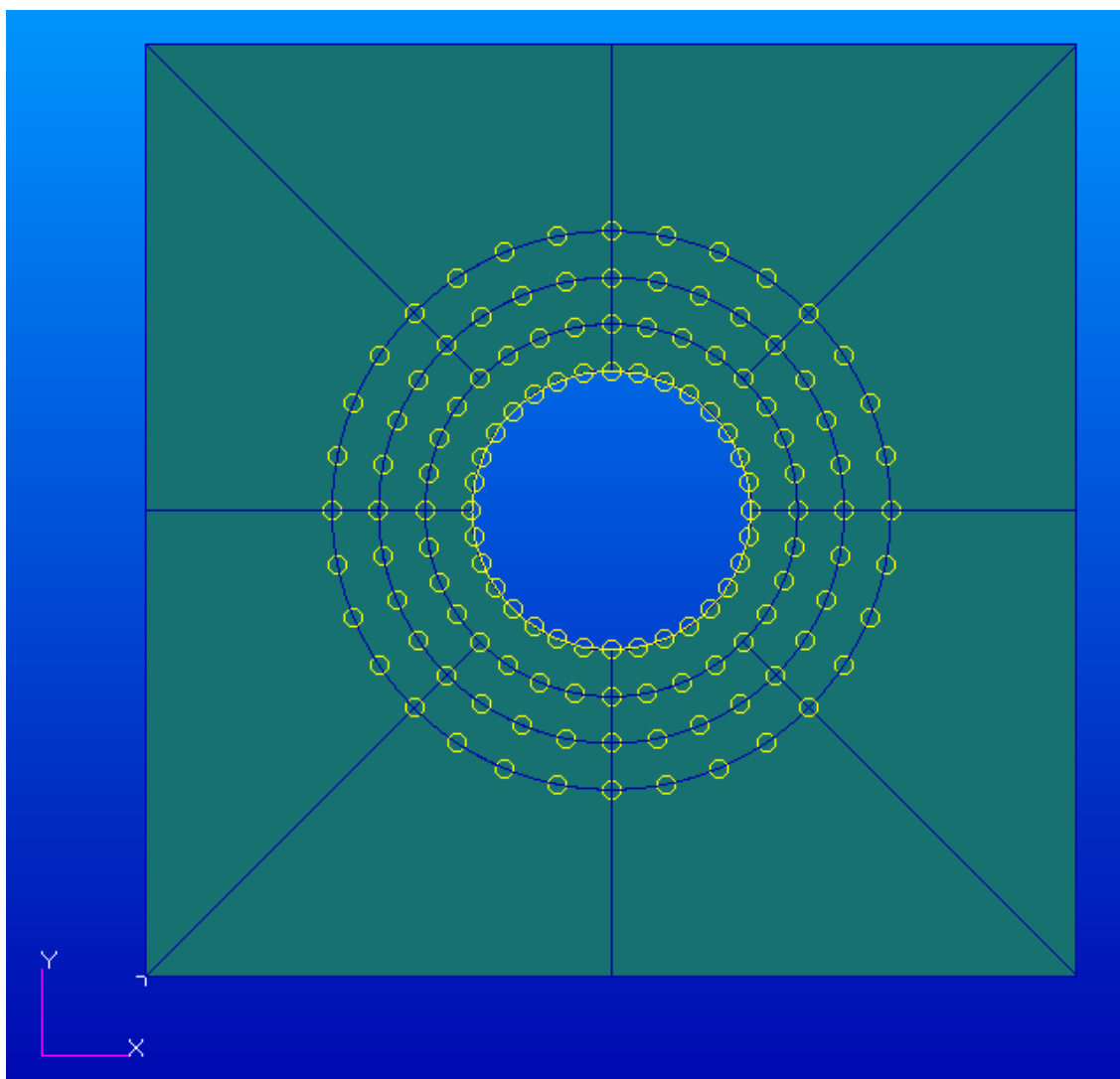


Рис. 3.9 Вузли сітки

Використовуючи геометричні межі, субрегіони можна зіставити із IsoMesh. Для відображення обрані чотирикутні елементи. Остаточну конфігурацію сітки див. На малюнку 3.10 нижче. Перевірка сітки детально описана пізніше.

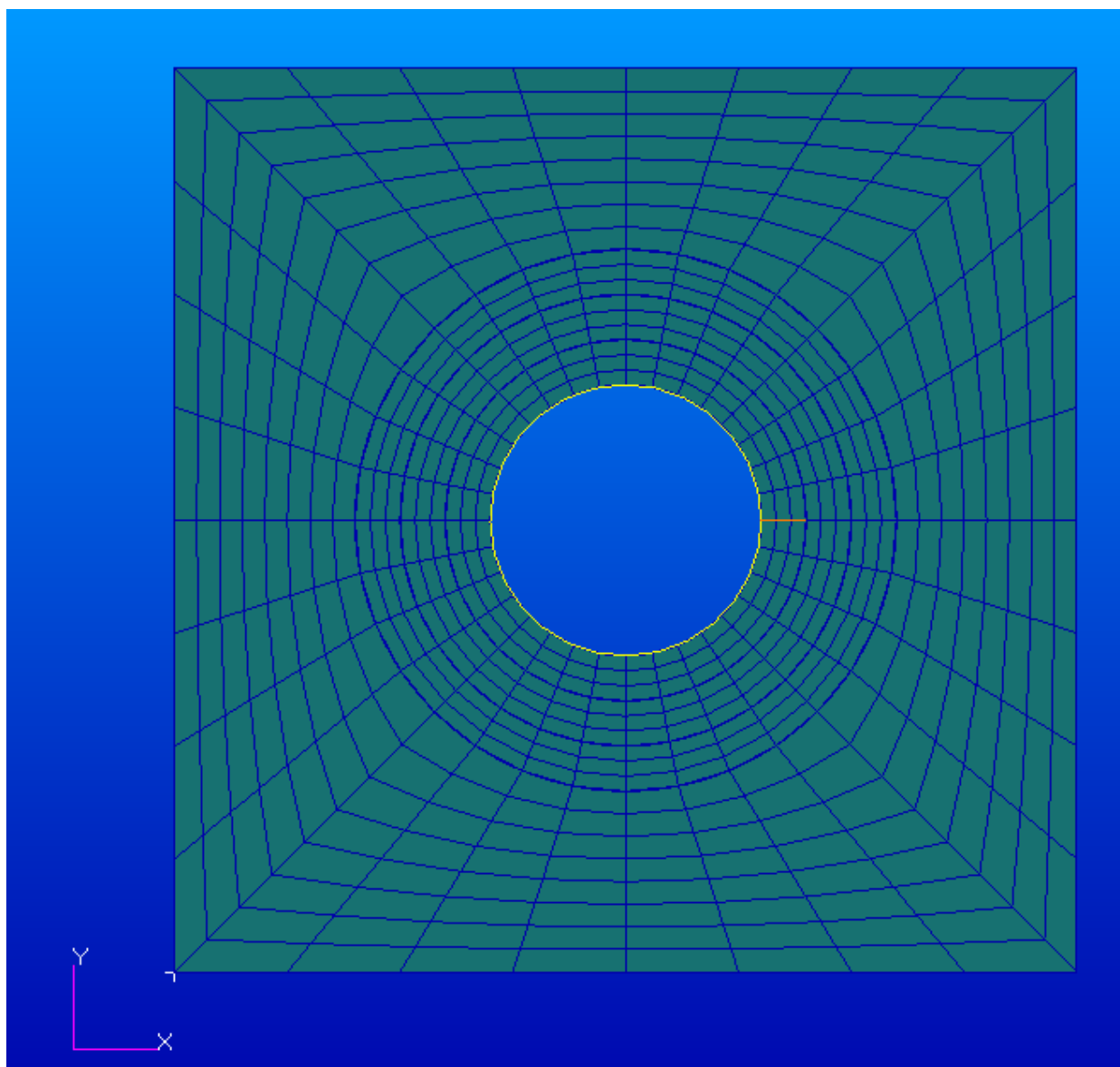


Рис. 3.10 Топологія сітки

Сітка симетрична, що означає, що всі чотири квадранти однакові, за винятком обертання, кратного 90 градусам.

Дивіться наступні сторінки для аналізу якості сітки.

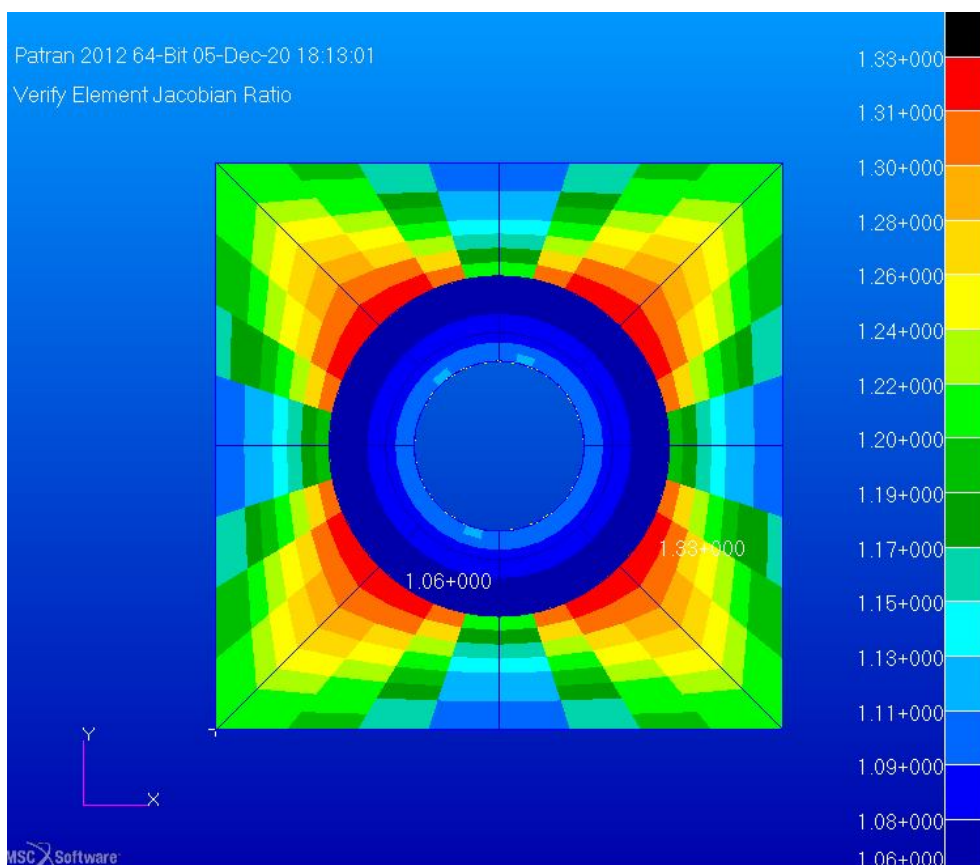


Рис. 3.11 Перевірка співвідношення елементів Якобіана

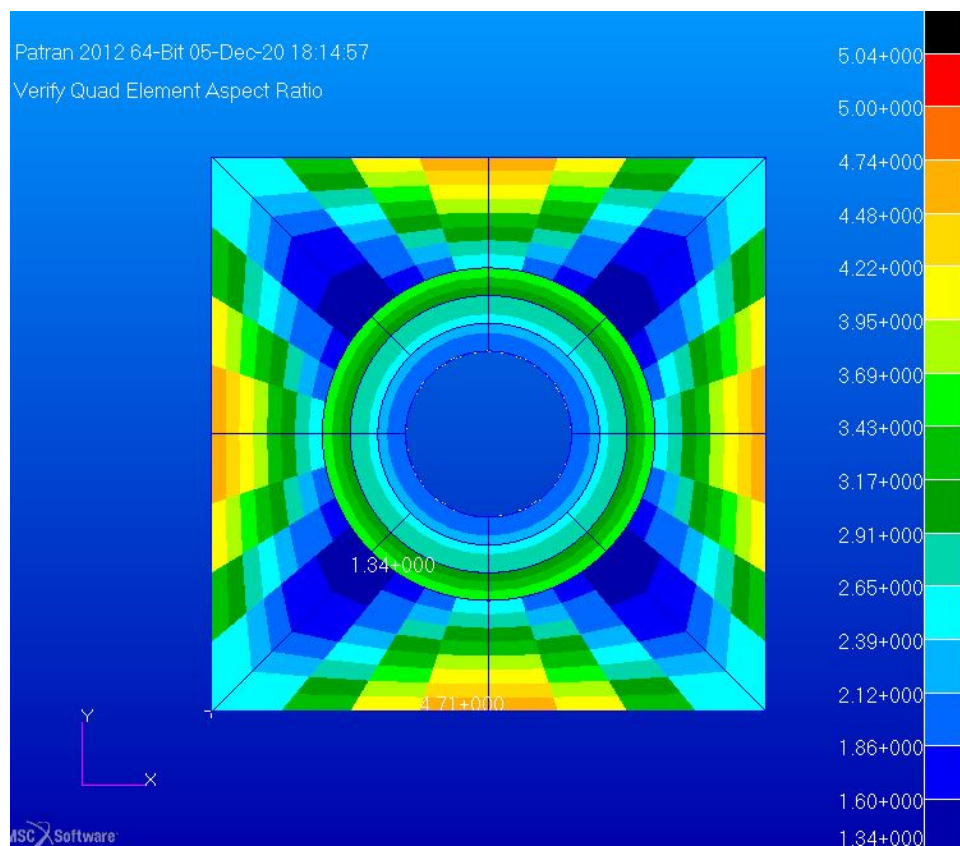


Рис. 3.12 Співвідношення елементів

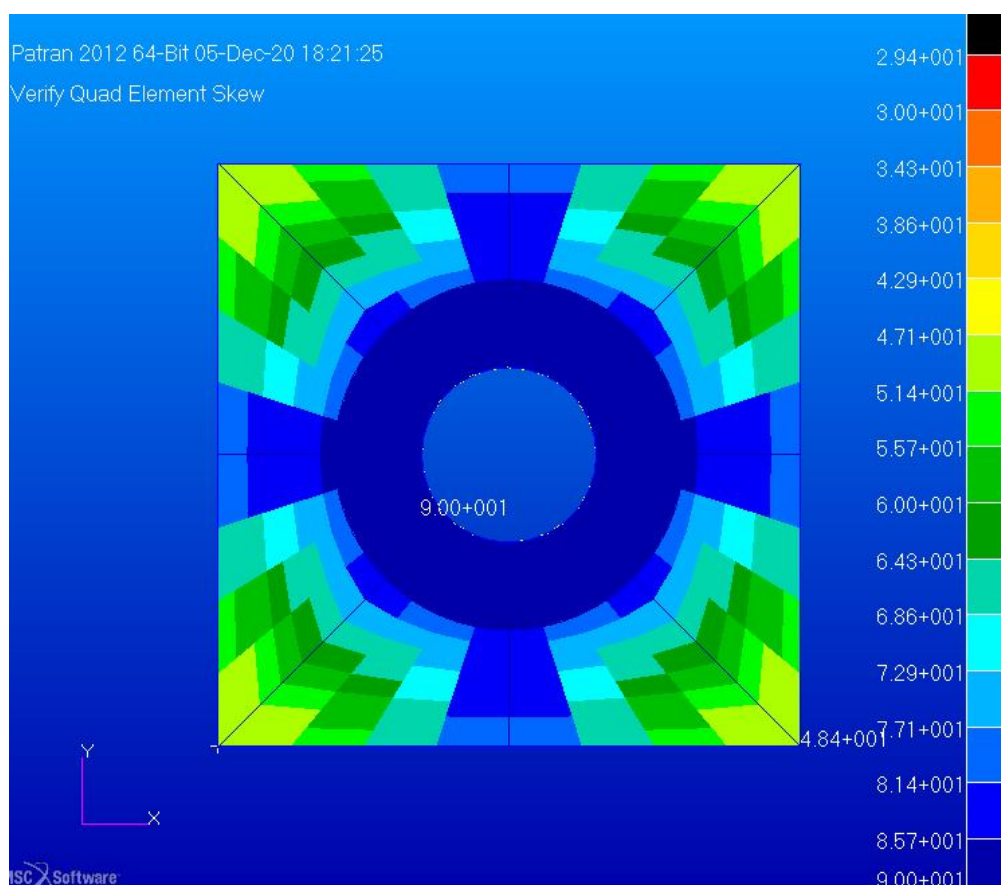


Рис. 3.13 Элемент перекосу

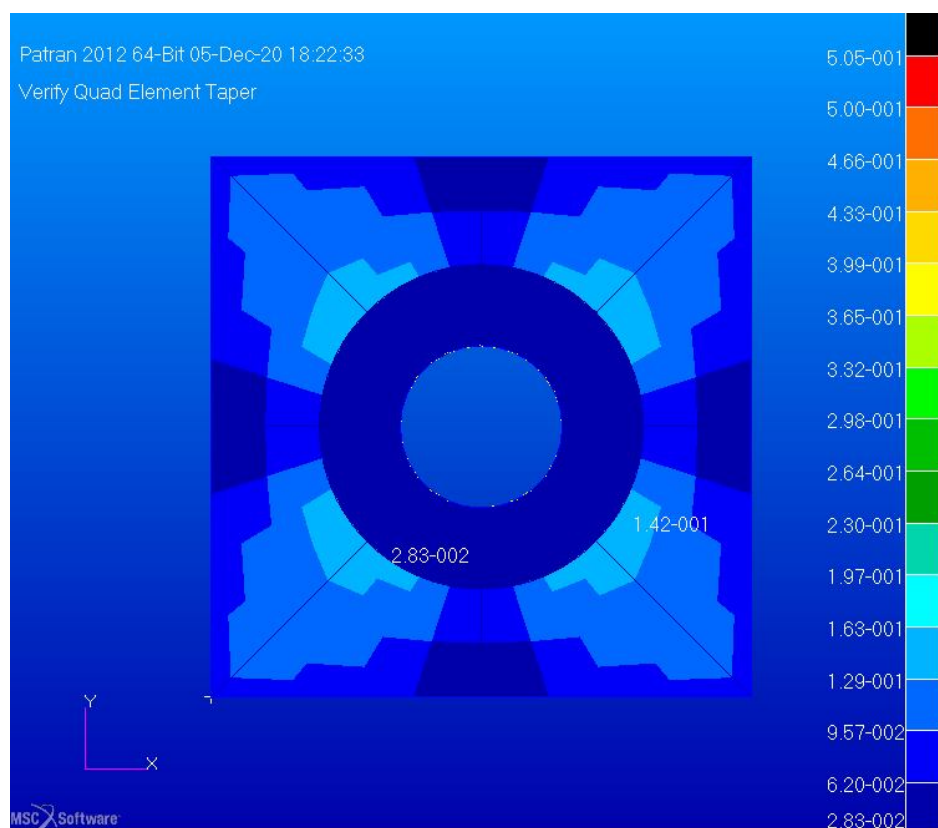


Рис. 3.14 Коничность элемента

Таблиця 3.1 - Параметри якості сітки

Параметр	Max	Min
Jacobian Ratio	1.33	1.06
Aspect Ratio	1,71	1.34
Element Skew	90.0 deg	48.4 deg
Element Taper	0,0283	0.0142
Element Length	0.15 in (3.81 мм)	0.1 in (2.54 мм)

Параметри якості сітки представлені в таблиці 3.2. Загалом, якість сітки вважається прийнятною. Сітка достатньо допрацьована, щоб забезпечити точні результати.

Межами моделі є краї отвору та периметр пластини. Використовуються обмеження переміщення.

Для границь, що просто підтримуються, граничні умови визначаються наступним чином:

- 1) Краї отвору вільні та розвантажені.
- 2) Периметр обмежений у перекладі вздовж осі Z (поза площиною).
- 3) Кут (розташований у початку координат) обмежений при будь-якому перекладі та обертанні.

3.3. Результат дослідження

В результаті аналітичного розрахунку та моделювання моделі за допомогою програмного комплексу MS Patran&Nastran були отримані значення критичних напружень для стінки балки з круглим отвором див. рис. 3.15 - 3. при одновісному стиску, чистому зсуві та чистому згині.

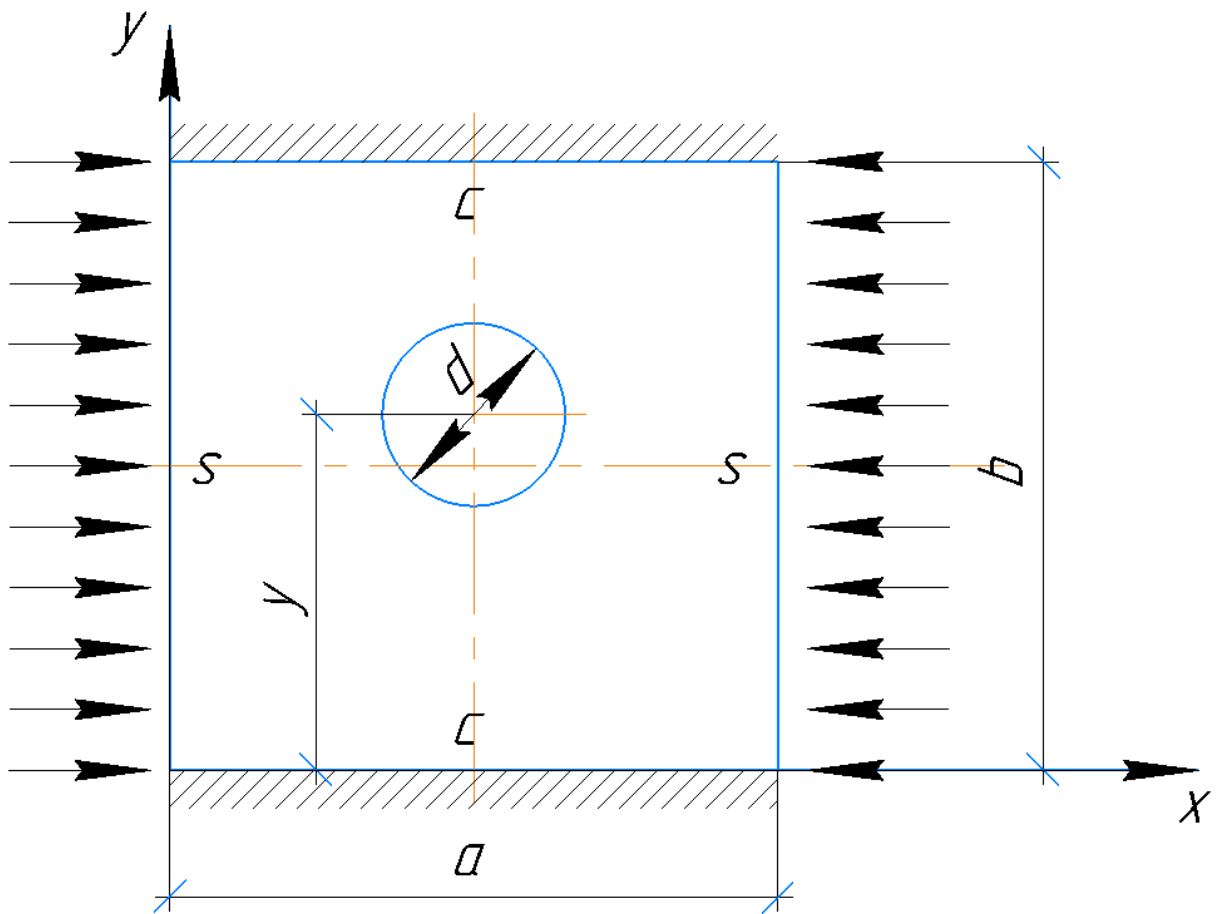


Рис.3.15 Схема пластинки при одновісному стиску

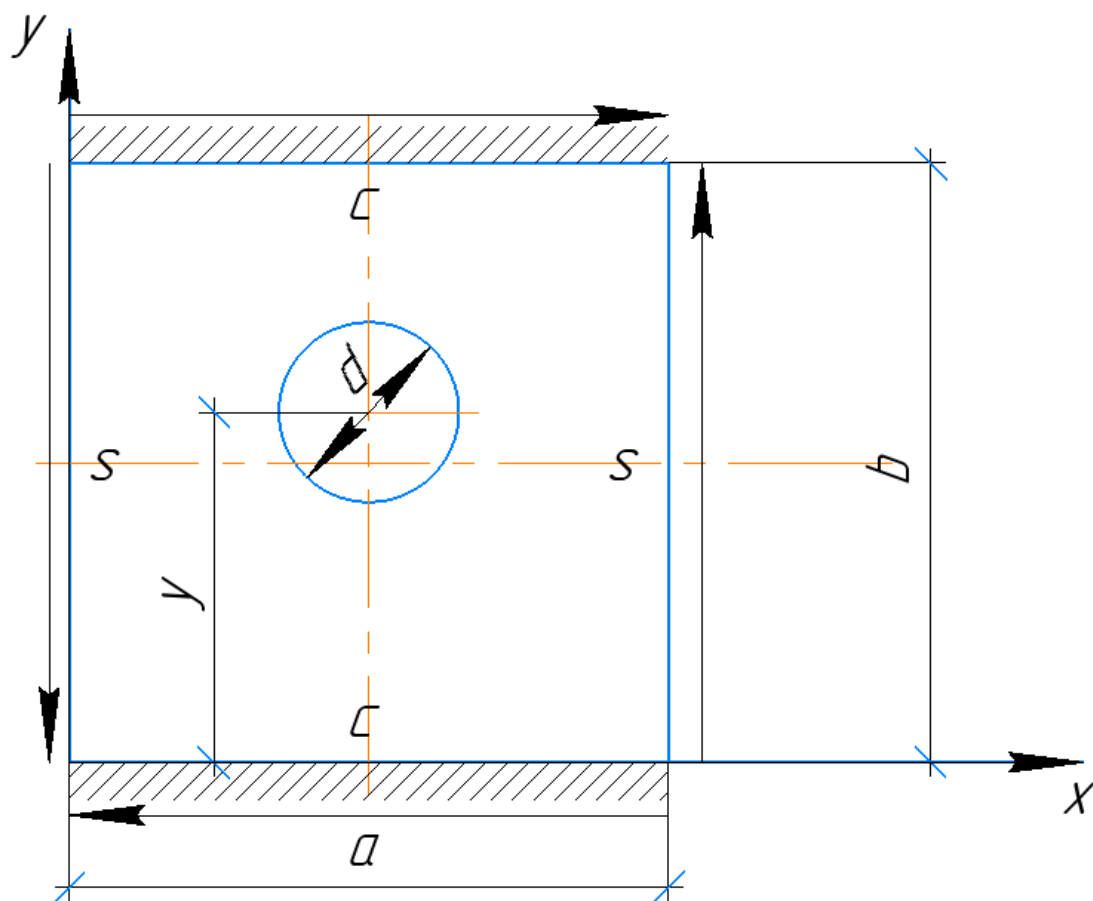


Рис. 3.16 Схема пластини при чистому зсуві

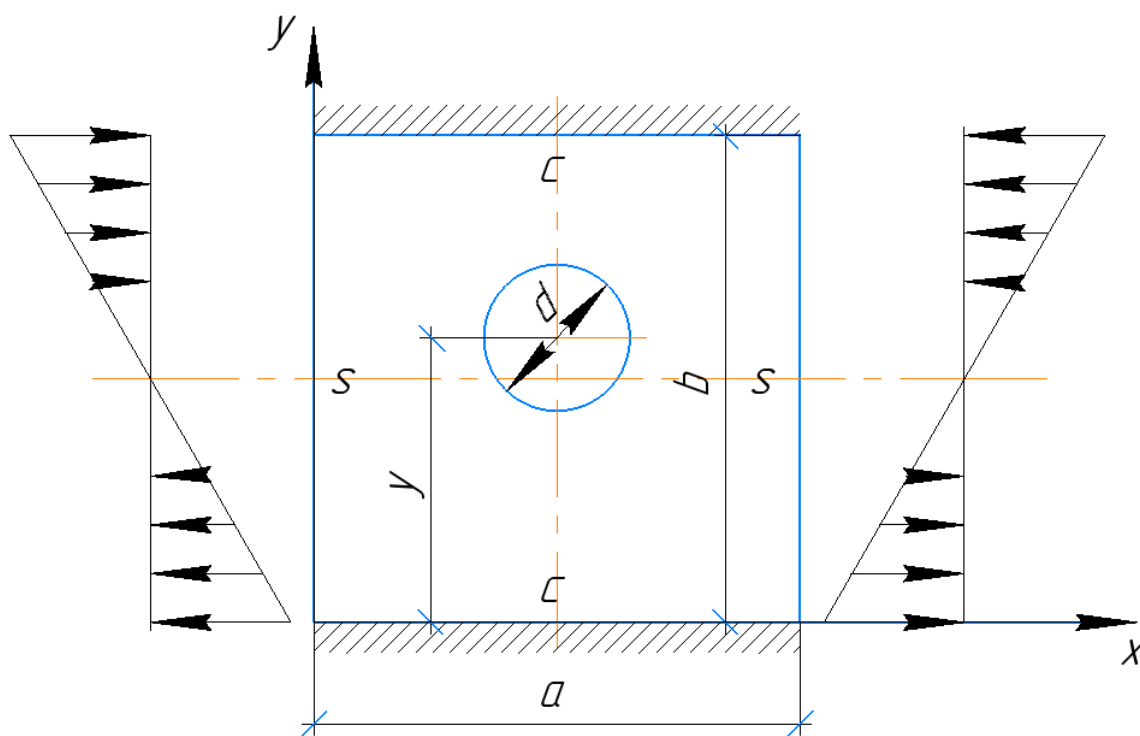


Рис.3.17 Схема пластинки при чистому згині

Результат дослідження наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 Критичні напруження

σ _{cr} , МПа									
	одновісний стиск			чистий зсув			чистий згин		
y/b	FEM	analytical	%	FEM	analytical	%	FEM	analytical	%
0,500	75,684	69,057	8,756	74,263	75,249	1,327	188,716	236,297	25,213
0,525	75,367		8,372	74,236		1,365	188,461		25,382
0,550	74,519		7,329	74,353		1,205	190,233		24,214
0,575	73,229		5,697	74,208		1,403	193,005		22,431
0,600	71,313		3,163	74,201		1,412	196,894		20,013
0,625	68,837		0,319	73,960		1,743	200,752		17,706

Розбіжність в значеннях критичних напружень пластинки, отриманих теоретично і МСЕ, для більшості балок становить не більше 9% і лише при чистому згині розбіжність складає до 25%.

Встановлені результати добре співвідносяться з результатами, отриманими теоретичним шляхом, що говорить про правомочність застосування даних моделей до вивчення несущої спроможності стінки балки, ослабленою круговим отвором.

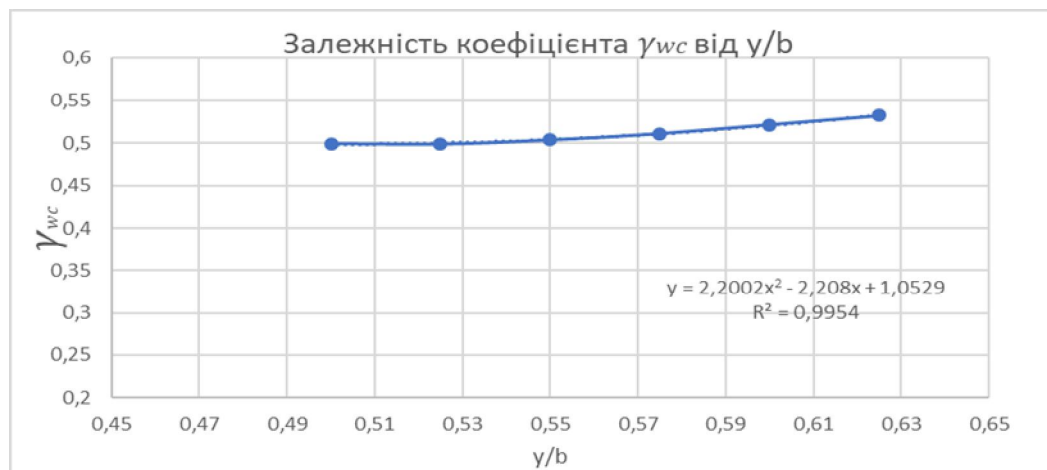
Значення коефіцієнтів $\gamma_{wc} * K_c$ розраховуються з формули (3.14) де K_c – коефіцієнт втрати стійкості який розраховується за допомогою графіків показаних на рис. 1-2 [1] та 3 [22]. Отримані результати показані в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 Значення коефіцієнту втрати стійкості

$\gamma_{wc} * K_c$									
	одновісний стиск			чистий зсув			чистий згин		
y/b	FEM	analytical	%	FEM	analytical	%	FEM	analytical	%
0,500	7,014	7,500	6,928	6,882	6,974	1,331	17,489	22,190	26,876
0,525	6,985	7,500	7,378	6,880	6,974	1,368	17,466	22,190	27,048
0,550	6,906	7,500	8,600	6,891	6,974	1,208	17,630	22,190	25,865
0,575	6,787	7,500	10,512	6,877	6,974	1,406	17,887	22,190	24,057
0,600	6,609	7,500	13,483	6,877	6,974	1,415	18,247	22,190	21,607
0,625	6,380	7,500	17,563	6,854	6,974	1,746	18,606	22,190	19,264

З отриманих розрахунків можна зробити висновок, що положення отвору в стінці балки при одновісному стиску та чистому зсуві дає мінімальний вплив на несучу спроможність, тільки при чистому згині можна побачити вплив розміщення круглого отвору в стінці балки відносно її нейтральної осі.

Значення коефіцієнта зниження несучої здатності пластинки при втраті стійкості γ_{wc} при чистому згині при зміщенню центру круглого отвору в стінці відносно її нейтральної осі показаний на рисунку 3.18.

Рис.3.18 Залежність коефіцієнта γ_{wc} від y/b

З отриманого графіку отримуємо рівняння залежності коефіцієнта зниження несучої спроможності від зміщення отвору в стінці балки відносно її нейтральної осі в умовах чистого згину:

$$\gamma_{wc} = 2,2002 \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 2,208 \left(\frac{y}{b}\right) + 1,0529 \quad (3.16)$$

Значення коефіцієнтів залежності несучої спроможності стінки балки з отвором γ_{wc} , розраховані за пропонованою формулою, добре співвідносяться з даними, отриманими в ході чисельних розрахунків моделей балок МСЕ рис.3.18. Похибка розрахунку критичного напруження втрати стійкості не перевищує 6%.

Визначення критичних напружень стінки балки із зміщеним отвором рекомендується проводити за формулою (3.14), визначаючи зниження несучої спроможності стінки γ_{wc} , за формулою (3.16).

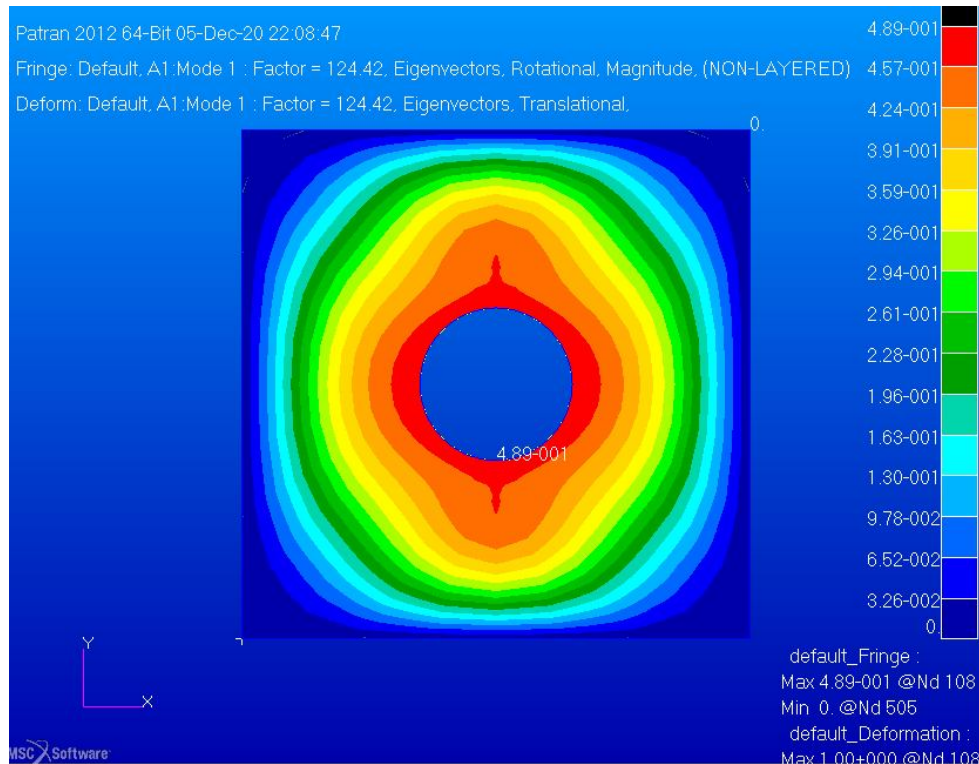


Рис 3.18 Розрахунок критичного напруження втрати стійкості за допомогою МСЕ

Розділ 4 Розроблення стартап-проекту

В даному розділі проведено детальний маркетинговий аналіз стартап-проекту, а також визначені доцільність та можливості його впровадження на сучасний ринок.

Зміст ідеї проекту

Таблиця 4.1 Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Підвищення допустимих циклів нальоту літака з ум'ятиною на фюзеляжі	Для виробничих потреб	Полегшить та пришвидшить процес прокладання допоміжного обладнання
	Для авіакомпаній	Прискорить процес випуску авіа-суден з заводу до клієнта

Запропонована автором отримана залежність дозволяє визначити коефіцієнтів несучої спроможності стінки балки з отвором зміщеної відносно нейтральної осі, що зменшує час для розрахунку критичного напруження стінки.

Таблиця 4.2 Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№	Техніко-економічні характеристики ідеї	Ідея проекту
1	Економія затрат часу	S
2	Підвищення надійності	N
3	Складність розрахунку	N
4	Економія фінансів	S
5	Інформаційне забезпечення	W

Дана таблиця показує, що конкурентоспроможність ідеї висока.

Технологічний аудит

Реалізувати даної ідею проекту можна за допомогою проектних розрахунків.

Таблиця 4.3 Технологічна здійсненність ідеї проекту

№	Ідея проекту	Шлях реалізації	Наявні технології	Доступні технології
1	Створення конструкторської документації, необхідної для точного та якісного виготовлення деталі	Створення конструкторської документації	наявні	доступно
2	Використання приміщення та спеціалізованого обладнання для виготовлення авіаційних конструкцій	Виготовлення на підприємстві	наявні	доступно
Шлях реалізації і можливості – доступні				

Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Визначення ринкових спроможностей, які можна використовувати під час впровадження ринкового проекту, та ринкових загроз, які можуть зашкодити реалізації проекту, є достатньо складними в умовах того, що різні методи вирішення поставленої задачі є елементом довгострокового наукового розвитку галузі. Тобто дати оцінку потенційного ринку стартап-проекту можна лише у довгостроковій перспективі, не базуючись на чітких числових характеристиках ринку.

В умовах даного дослідження ідеї проекту під потенційним ринком можна вважати різні авіа-компанії пасажирських літаків та компанії що виготовляють літаки, які є зацікавлені у пошуку зменшенні кількості технічних оглядів літака та покращення конструкції.

Таблиця 4.4 Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№	Показники стану ринку	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	6
2	Загальний обсяг продаж , грн/ум.од	3700000
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	зростає
4	Наявність обмежень для входу	немає
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	авіаційні правила
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	58%

Потенційні групи клієнтів можна умовно поділити на первинних та вторинних споживачів продукту. Первинною групою є компанії-виробники обшивок фюзеляжа, вторинною – авіакомпанії, що купують літаки. Орієнтовний перелік вимог до товару для кожної групи наведено в Таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності	Вимоги споживачів до товару
Отримання прибутку	Фірми-виробники	Поведінка диктується ситуацією на ринку, популярністю товару серед різних груп покупців, окупністю продукту	Ефективність конструкції та вага
Економія рошових ресурсів	підприємства-покупці		Ремонтопригодність
Економія рошових ресурсів	Авіакомпанії		Співвідношення ціна/якість

Щоб провести детальний аналіз ринкового середовища складаються таблиці факторів, що сприяють ринковому впровадженню проекту, та факторів, що йому заважають. Вищеназвані фактори загроз та можливостей наведені знизу в Таблиці 4.6 та 4.7.

Таблиця 4.6 Фактори загроз

№	Фактор	Зміст загрози	Реакція компаній/науковців
1	Науковий	Досягнення науково-технічного прогресу, розробка нових технологій	Неустанний розвиток ідеї, постійне покращення існуючого методу, пошук радикально нових і ліпших методів
2	Технічний	Різкі зміни умов на ринку технічного програмного забезпечення	Постійне відслідковування ситуації на даному ринку
3	Фінансовий	При погіршенні макроекономічних умов фірма-виробник обшивок фюзеляжа може прийняти рішення зекономити за рахунок зменшення витрат на науковий відділ	Виділення стійкого фінансування, яке не підвласне зовнішнім фінансовим факторам при повному розумінні того, що в розробках наук відділу криються майбутні перспективи галузі
4	Політичний	Політична ситуація в країні, або в конкретному економічному регіоні	Запасні бази даних, архівування інформації з проведених досліджень, моніторинг політичної ситуації.

Таблиця 4.7 Фактори можливостей

№	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Підвищення попиту на старі літаки	Підвищення попиту на вдосконалення продукту, і як наслідок, на нові вдосконалені підходи до розрахунку	Збільшення прибутків компанії підштовхне до збільшення кількості кадрів
2	Поява нового літака	Позитивний вплив з точки зору вдосконалення та впровадження даної конструкції.	Частіше та ефективніше використання даної конструкції
3	Використання в інших сферах	Подальше дослідження даного конструкції з метою вдосконалення	Розширення асортименту продукції

Таблиця 4.8 Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
Тип конкуренції: чиста	На ринку немає обмежень для вступу нових учасників	Постійне відслідковування ситуації на даному ринку, збереження конкурентоспроможності
Локальний рівень конкурентної боротьби	Ринок представлений точково в різних державах у різній степені концентрації	Динамічний розвиток ринку буде відбуватись лише у випадку спільної роботи його учасників.
Внутрішньогалузева конкуренція	Конкуренція на ринку відбувається між представниками одної галузі виробництва або одного напрямку дослідження	Постійний аналіз тенденцій, політика постійної конкурентної боротьби
Товаро-родова конкуренція за видом товару	Конкуренція між різними конфігураціями	Науковий відділ знаходиться під постійною загрозою появи нових розробок
Марочна інтенсивність	Конкурентами являються компанії з подібним продуктом	Ведення діяльності в умовах постійної конкуренції

Після аналізу конкуренції проводимо більш детальний аналіз умов конкуренції в галузі (табл.4.9).

Таблиця 4.9 Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Клієнти	Товари-замінники
	Немає	Бар'єрів провадження нема	Boeing, Airbus	Загрози з боку замінників є
Висновки:	Низька інтенсивність	Є можливість входження в галузь	Виконують умови роботи на ринку. Такі, як час на розрахунок і забезпечення потрібним програмним забезпеченням	Відсутність обмежень від замінників

З огляду на конкурентну ситуацію існує можливість виходу на ринок даної галузі. Щоб бути конкурентоспроможним на ринку даному проекту необхідно розробити програмне забезпечення для швидкісного розрахунку методики.

Таблиця 4.10 Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Точність розрахунків	Удосконалення отримання результатів
2	Використання отриманих даних	Максимальне вичерпання ресурсу

За визначеними факторами конкурентоспроможності (табл.4.10) проведемо аналіз сильних та слабких сторін мого стартап-проекту (табл.4.11).

Таблиця 4.11 Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «Коефіцієнт для приведення кількості циклів до руйнування пластини з отвором в кількість циклів до руйнування пластини з ум'ятиною»

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг методики у порівнянні з проектом конкурента						
			-3	-2	-1	0	1	2	3
1	Менша потреба у витратах	20					●		
2	Точність розрахунків	20				●			
3	Використання отриманих даних	20					●		
4	Точність розрахунку в проекті	15					●		

Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проекту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) (табл.4.12) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (табл.4.11).

Перелік ринкових загроз та ринкових можливостей складається на основі аналізу факторів загроз та факторів можливостей маркетингового середовища. Ринкові загрози та ринкові можливості є наслідками впливу факторів, і, на відміну від них, ще не є реалізованими на ринку та мають певну ймовірність здійснення.

Таблиця 4.12 SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Безпечне випливання ресурсу елементів	Слабкі сторони: складність програмної підтримки методики
Можливості: завоювання всієї ринку	Загрози: розробка точнішої методики

На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок.

Розроблення ринкової стратегії проекту

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл.4.13).

Таблиця 4.13 Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Boeing, Airbus	Повністю готові	Високий	Середня	Просто

Для роботи в обраному сегменті ринку необхідно сформувати базову стратегію розвитку (табл.4.14).

Таблиця 4.14 Визначення базової стратегії розвитку

Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
Альтернативна	Охоплення на 65-75 %	Конк.№1 та Конк.№2	Спеціалізація

Далі виберемо стратегію конкурентної поведінки (табл.4.15).

Таблиця 4.15 Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект «першопроходцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
Ні	Так	Копіювати лише гально використані ідеї	Стратегія аняття галузі

Результатом даного підрозділу є узгоджена система рішень щодо ринкової поведінки стартап-компанії, яка визначатиме напрями роботи стартап-компанії на ринку:

- використання в проекті сучасних технологій;
- напрям роботи лише у заданій ніші ринку.

Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Першим кроком можна вважати формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл.4.16 підсумуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 4.16. Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
2	Підвищений попит у галузі авіабудування	Зменшення кількості ремонтів	Зменшення затрат на зрахунки

Останньою складовою маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл.4.17).

Таблиця 4.19. Концепція маркетингових комунікацій

Специфік поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
Комунікабельні	Мережа інтернет, наукові праці	Реклама в електронних конференціях	Розширення цільових клієнтів	Показати, що наша методика краща та доцільніша

Результати маркетингового дослідження:

- попит на ринку наразі є і буде розвиватись
 - Висока конкурентоспроможність
 - унікальність ідеї
 - немає обмежень для входу на ринок

Висновки

Дослідження, представлене в магістерській дисертації, в основному ґрунтується на точній теоретичній процедурі, підкріпленій контролем кінцевих елементів. Ретельний огляд цих результатів дає такі висновки:

1. Виконаний комплексний теоретичний аналіз для отримання рішення у закритому вигляді для критичного напруження стінки балки, що містить виріз у будь-якому місці. Граничні умови для панелі плити також були обрані для задоволення реальної ситуації.

2. Теоретичні висновки також перевірялись за допомогою розв'язаного рішення.

3. Вирізи мають значний вплив на зменшення критичної напруження веб-панелі, і цей ефект вищий при більшому зміщенню отвору.

4. Розміщення місця вирізу має важливе значення. Найбільш небажане розташування знаходиться в центрі веб-панелі..

5. На основі отриманих результатів вдалося представити різні варіації розташування отворів при різних видах навантаження, завдяки яким можна досягти швидкого проектування або визначення критичних напружень зі значною точністю та ефективністю.

Література

1. Michael Chun-Yung Niu Airframe structural design
2. LAWRENCE MARTIN, JOHN PURKISS, Structural design of steel work TO EN 1993 AND EN 1994, Third Edition 2008
3. Kirochhoff. G, Kirchhoff plates book, chapter 24, Field equation.1877
4. Euler, L., Methodus invenieni lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, Lausanne and Geneva, 1744
5. Saint Venant, Discussion, Theorie de l'elastiate' des corps solides, 1833
6. Barron Rayleigh, John William Strutt, Theory of sound, London MACHMILLAN & Co., 1896
7. Bryan, G.H. On the stability of a plane plate under thrust in its own plane, Proc. Of the London Mathematical Society, Vol. 22, London, UK.1891
8. R. L. Brockenbrough, and, B.G. Johnston, U.S. Steel Design Manual, 2nd ed., U.S. Steel Corporation, Pittsburg, Pa.
9. S. P. Timoshenko, Einge Stabilitasprobleme der Elastiziatstheorie, Z. Math Phys., Vol. 58, p. 337, 1910
10. Sothwell and Skan. Buckling stresses of clamped rectangular flat plates in sheer, 1948
11. I. T. Cook and, K. C. Rockey, Shear buckling of rectangular plates with mixed boundary conditions, Aeronaut, Q., Vol. 14, 1963.
12. P. S Bulson, The stability of Flat Plates, London: CHATTO & WINDUS, 1970
13. S., Iguchi, Die Kninckung der rechteckigen platte durch schubkrafte, Ing. Arch, Vol. 9, p. 1, 1938.
14. S. P. Timoshenko, Stability of the webs of plate girders,.Engineering, Vol. 138, p. 207, 1934
15. Way, Stability of rectangular plates under shear and bending forces. s.l.: Journal of Applied Mechanics, 1936

16. E. Chwalla, Beitrag zur stabilitätstheorie des stegbleche vollwandgiger, Stahlbau, Vol. 9, p. 81, 1936
17. McKenzie, The buckling of rectangular plate under combined biaxial compression, bending and shear, Aeronaut. Q., Vol. 15, No. 3, p. 239-246, 1964
18. Mostafa Abdel basset Abdel Aleem Ali. Buckling of the web of the plate girders under combined actions of Shear and bending moment, M. sc. Thesis, S. I, Minia University, 2011
19. Броуде Б.М. Устойчивость пластинок в элементах стальных конструкций. – М.: Машстройиздат, 1949. – 240 с.
20. Höglund T. Strength of thin plate girders with circular or rectangular web holes without stiffeners. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology; 1970.
21. Narayanan R., Chow F.Y. Experiments on perforated plates subjected to shear // Journal of strain analysis. – Vol. 20. – 1985. – pp. 23-34.